

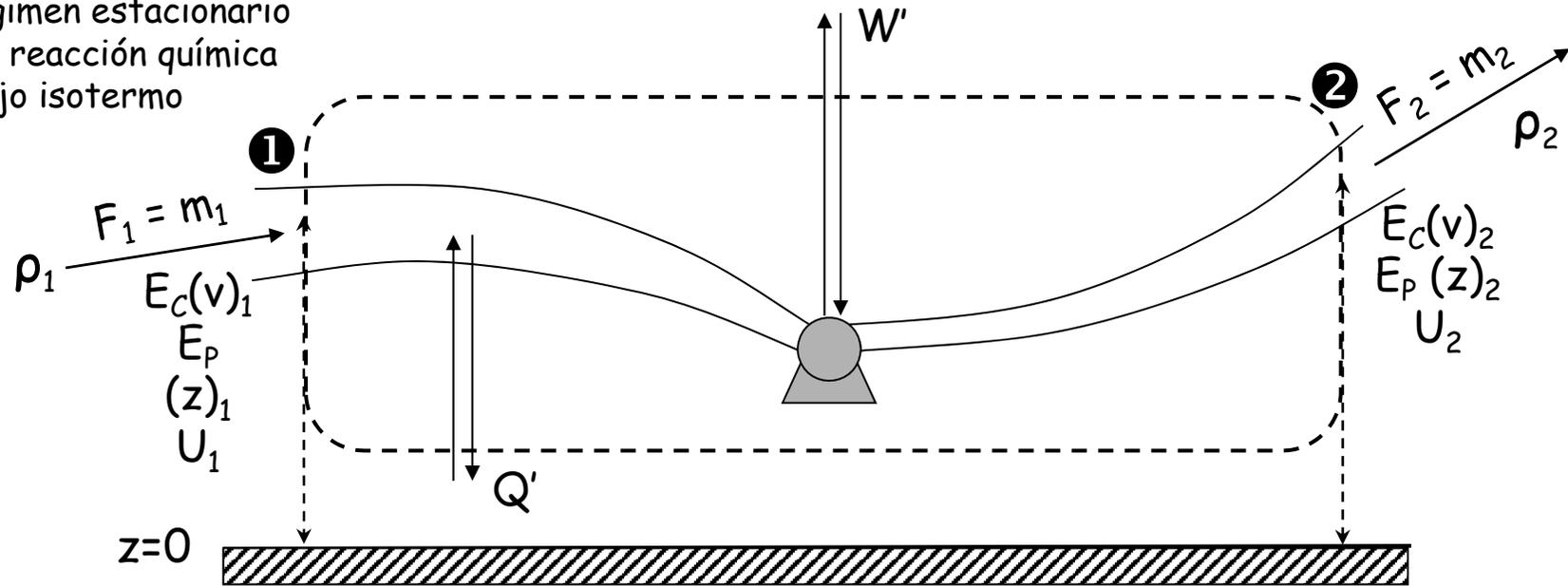


Tema 4. Flujo interno (II). Flujo incompresible

- 1. Ecuaciones de conservación en flujo interno incompresible.**
- 2. Cálculo de la potencia necesaria para el flujo.**
- 3. Sistemas complejos de conducciones.**
- 4. Sistemas de impulsión.**
- 5. Bombas centrifugas.**

1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

- Fluido puro y newtoniano
- Régimen estacionario
- Sin reacción química
- Flujo isoterma



1.1. Ecuación de conservación de materia $F_1=F_2=F \rightarrow m_1=m_2=m$ Ec. de Continuidad

$$m = Q \rho \rightarrow Q_1 \rho_1 = Q_2 \rho_2 \xrightarrow{\text{Flujo incompresible}} Q_1 = Q_2$$

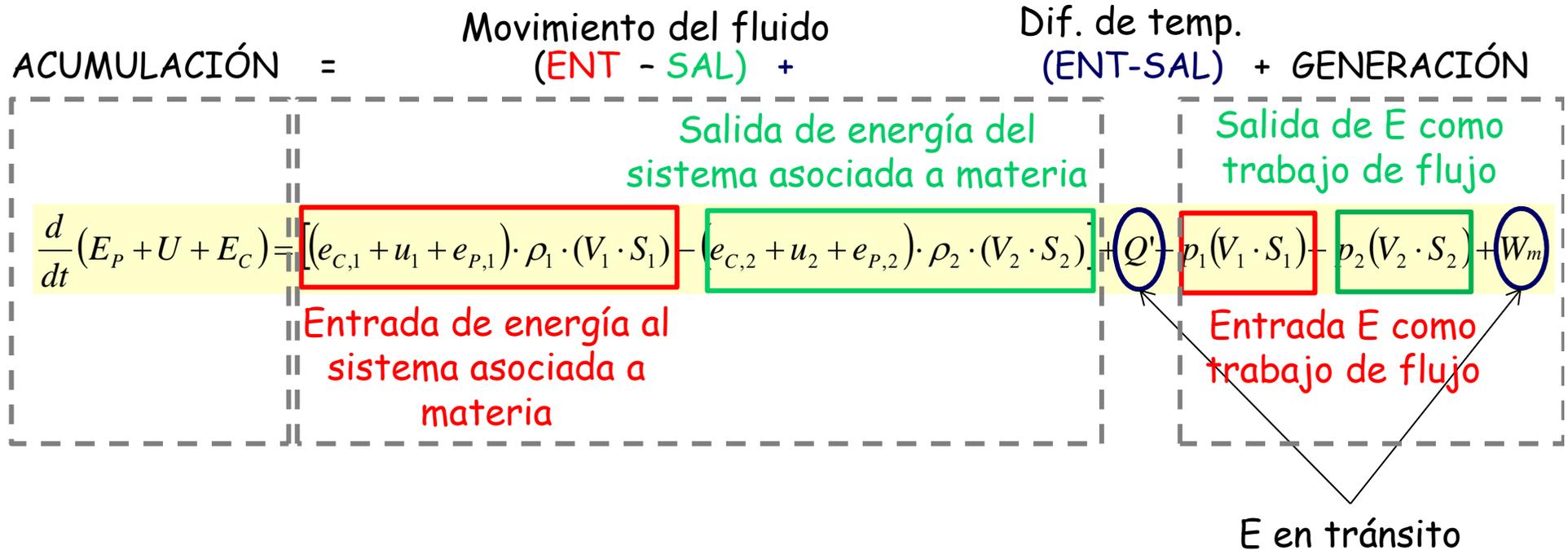
$$Q = V S \rightarrow V_1 S_1 \rho_1 = V_2 S_2 \rho_2 \xrightarrow{\text{Flujo incompresible}} V_1 S_1 = V_2 S_2 \xrightarrow{S = \text{cte}} V_1 = V_2$$

$$G = V \rho \rightarrow G_1 S_1 = G_2 S_2 \xrightarrow{S = \text{cte}} G_1 = G_2$$



1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía



$$m \left\{ e_c + e_p + u \right\}_1 - m \left\{ e_c + e_p + u \right\}_2 + \left\{ Q' + W' \right\}_{\text{NETO}} = 0$$

$$m \left\{ u_1 + gz_1 + v_{e1}^2/2 \right\} - m \left\{ u_2 + gz_2 + v_{e2}^2/2 \right\} + Q' + W' = 0$$

$$W' = W_m' + W_p' = W_m' + (P_1 (V_1 S_1) - P_2 (V_2 S_2))$$

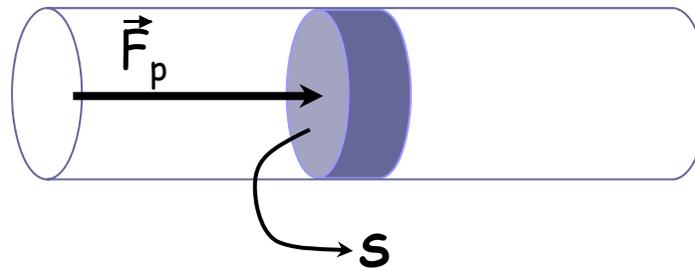
1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía

Trabajo de flujo

$$W' \begin{cases} W_m' \Rightarrow \text{Trabajo realizado por máquinas} \\ W_p' \Rightarrow \text{Trabajo de flujo, asociado a cada corriente} \end{cases}$$

$$l / t_{po} \Rightarrow V$$



$$W_p' = \vec{F}_p \cdot V = P S V = P Q_V = P m / \rho$$

$$Q_V = m / \rho$$

$$W' = W_m' + W_p' = W_m' + (m_1 P_1 / \rho_1) - (m_2 P_2 / \rho_2)$$



1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía

Teniendo en cuenta la def. de trabajo mecánico:

$$W' = W_m' + W_p' = W_m' + (m_1 P_1 / \rho_1) - (m_2 P_2 / \rho_2)$$

$$m \left(u_1 + g z_1 + \frac{1}{2} v_{e1}^2 + \frac{P_1}{\rho_1} \right) - m \left(u_2 + g z_2 + \frac{1}{2} v_{e2}^2 + \frac{P_2}{\rho_2} \right) + Q' + W_m' = 0 \quad [\text{J/s}]$$

$$\left(u_1 + g z_1 + \frac{1}{2} v_{e1}^2 + \frac{P_1}{\rho_1} \right) - \left(u_2 + g z_2 + \frac{1}{2} v_{e2}^2 + \frac{P_2}{\rho_2} \right) + Q + W_m = 0 \quad [\text{J/kg}]$$

$$\frac{1}{2} (v_{e2}^2 - v_{e1}^2) + g(z_2 - z_1) + \left(\frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1} \right) + (u_2 - u_1) - Q = W_m$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{V_2^2}{\alpha_2} - \frac{V_1^2}{\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho} (P_2 - P_1) + \sum F = W_m \quad [\text{J/kg}]$$



1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía

Términos de la ecuación de conservación de energía:

- **Energía cinética:** se utiliza la velocidad eficaz (velocidad correspondiente a la energía cinética media del perfil de energías cinéticas)

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} (V_{e_2}^2 - V_{e_1}^2) \quad \text{Relación de } V_e \text{ con } V \quad \alpha = \frac{V^2}{V_e^2} \begin{cases} \text{Rég. laminar} \Rightarrow \alpha=0,5 \\ \text{Rég. turbulento} \Rightarrow \alpha=1 \end{cases}$$

- **Energía potencial:** establecer plano de referencia
- **Trabajo de flujo:** flujo incompresible $\Rightarrow \rho_1 = \rho_2$
- **Términos térmicos:** corresponde a las pérdidas de energía por rozamiento (ΣF) \rightarrow Fanning

$$\Sigma F = \frac{\Delta P_{ROZ}}{\rho}$$

$$[E/masa] \quad \frac{1}{2} \left(\frac{V_2^2}{\alpha_2} - \frac{V_1^2}{\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho} (P_2 - P_1) + \Sigma F = W_m$$

$$\text{Multiplica por } \rho \quad [P] \quad \rho \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + \rho g(z_2 - z_1) + (P_2 - P_1) + \Delta P_{ROZ} = \rho W$$

$$\text{Divide por } g \quad [L] \quad \frac{1}{g} \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + (z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho g} (P_2 - P_1) + h_{ROZ} = \frac{W}{g} \quad h_{ROZ} = \frac{\Sigma F}{g}$$

1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

- Velocidad local (v): velocidad del fluido correspondiente a un punto de un flujo en un momento dado.
- Velocidad media (V): valor que resulta de dividir el caudal volumétrico por la sección de paso del fluido.

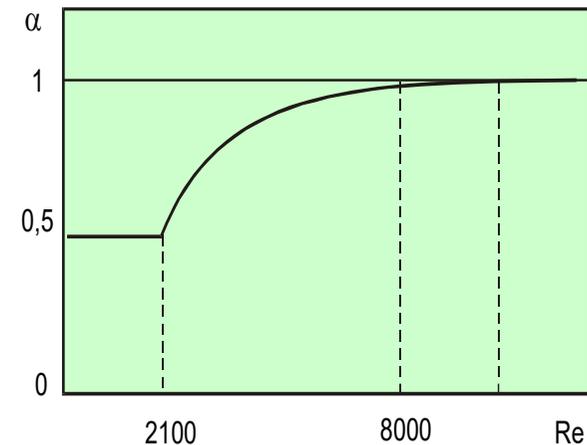
$$V = \frac{Q}{S} = \frac{[m^3 \cdot s^{-1}]}{[m^2]} = [m \cdot s^{-1}]$$

- Velocidad másica (G): valor que resulta de dividir el caudal másico por la sección de paso del fluido.

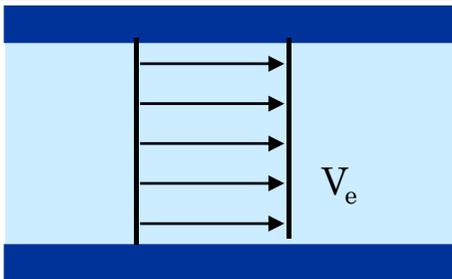
$$G = \frac{m}{S} = \rho \cdot V = \frac{[kg \cdot s^{-1}]}{[m^2]} = [kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}]$$

- Velocidad eficaz (V_e): velocidad hipotética que deberían tener todas las moléculas del fluido para que tuvieran la energía cinética que tiene el fluido en realidad (con el perfil de velocidades que le corresponda).

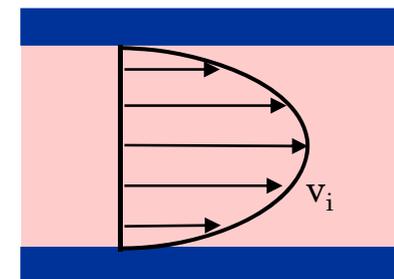
Tipos de velocidades



$$\alpha = \frac{V^2}{V_e^2}$$



$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_e^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot v_i^2$$



1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía

$$\frac{1}{g} \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + (z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho g} (P_2 - P_1) + h_{ROZ} = \frac{W}{g}$$

Carga de velocidad
Carga de presión
Carga de la bomba

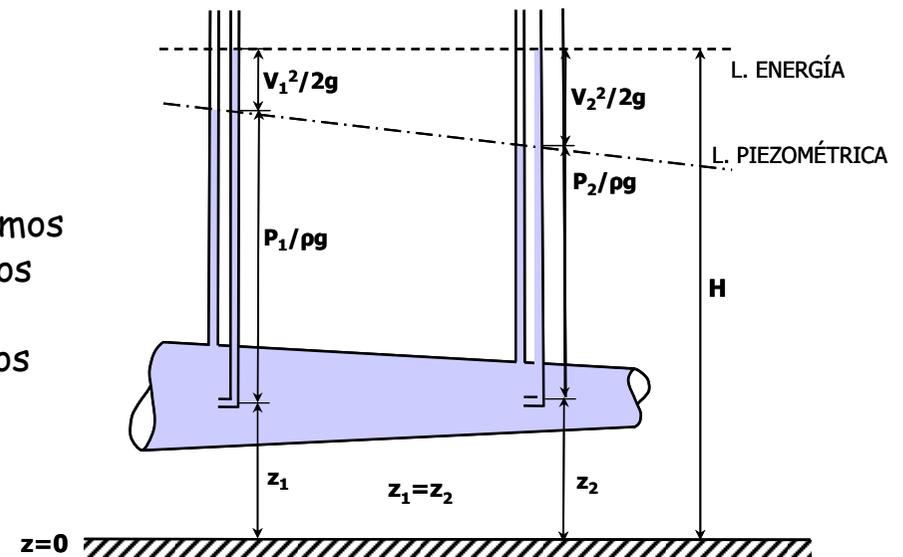
Carga geométrica
Pérdida de carga

Carga piezométrica: nivel al que subiría un líquido por un tubo piezométrico.

Carga total: nivel al que subiría un líquido por un tubo de Pitot.

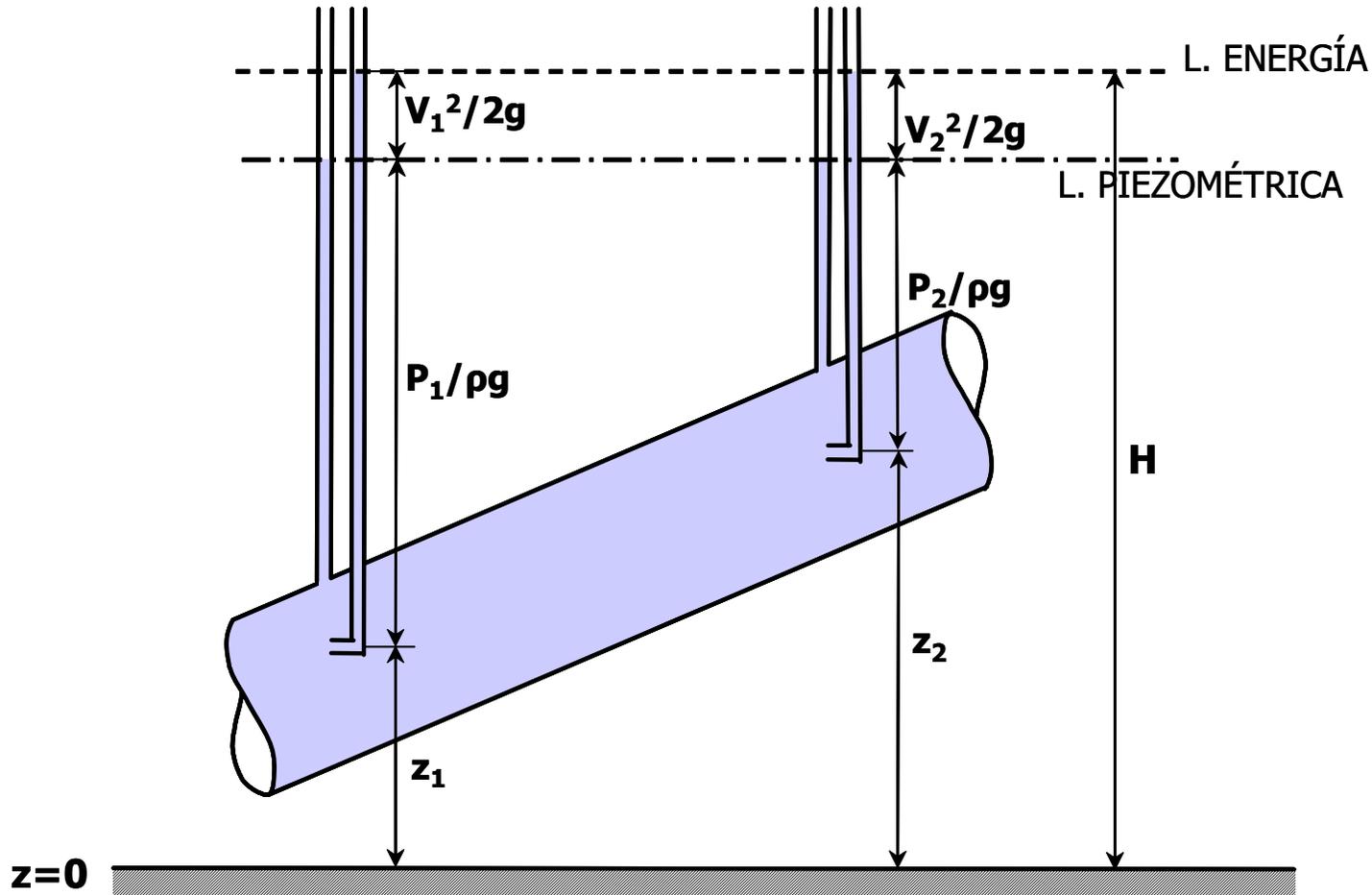
Línea piezométrica (LP): línea trazada por los extremos superiores de las columnas piezométricas. Es decir nos va a dar la carga de presión más la geométrica.

Línea de energía (LE): línea trazada por los extremos superiores de las columnas en el tubo de Pitot.



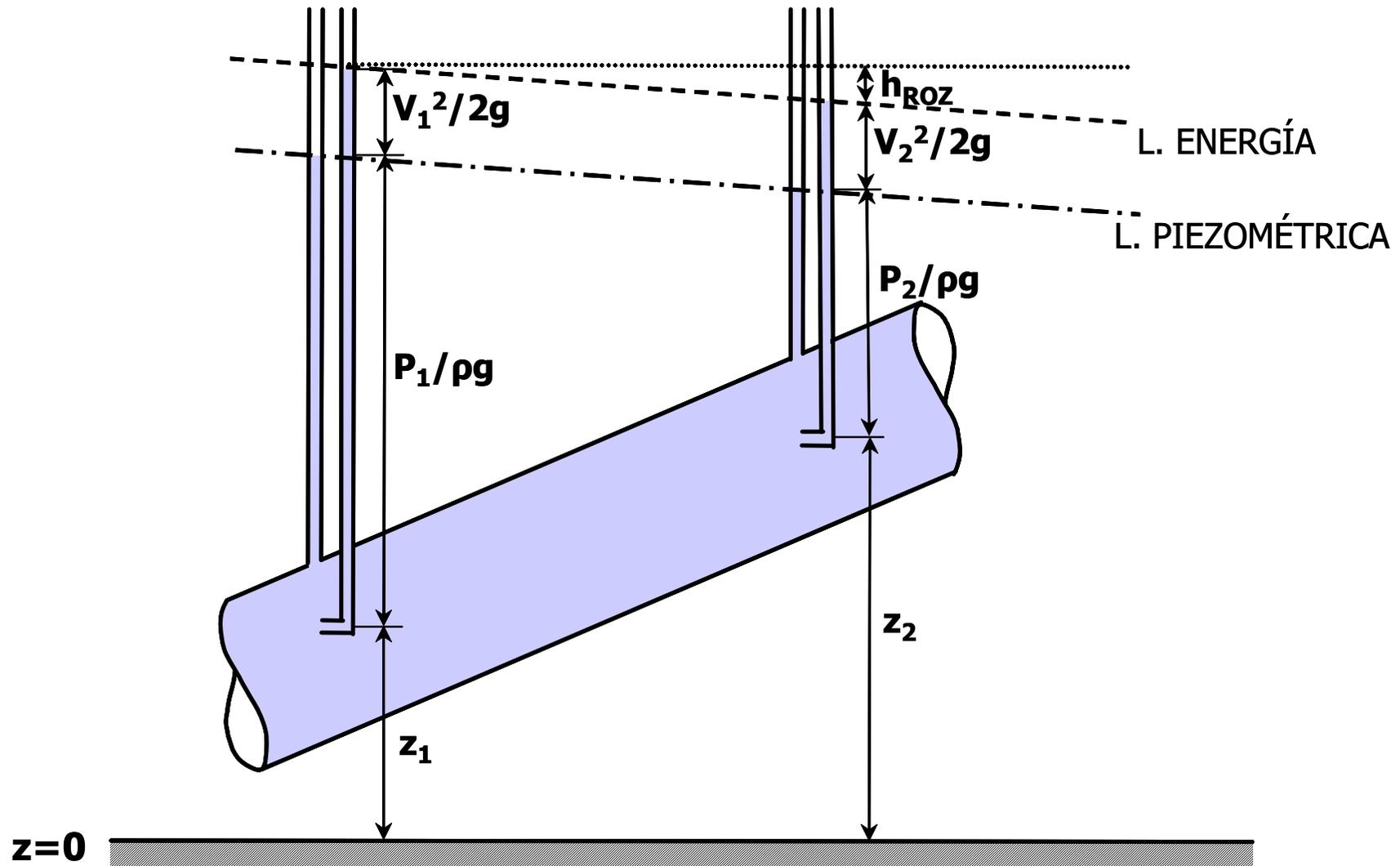
1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía



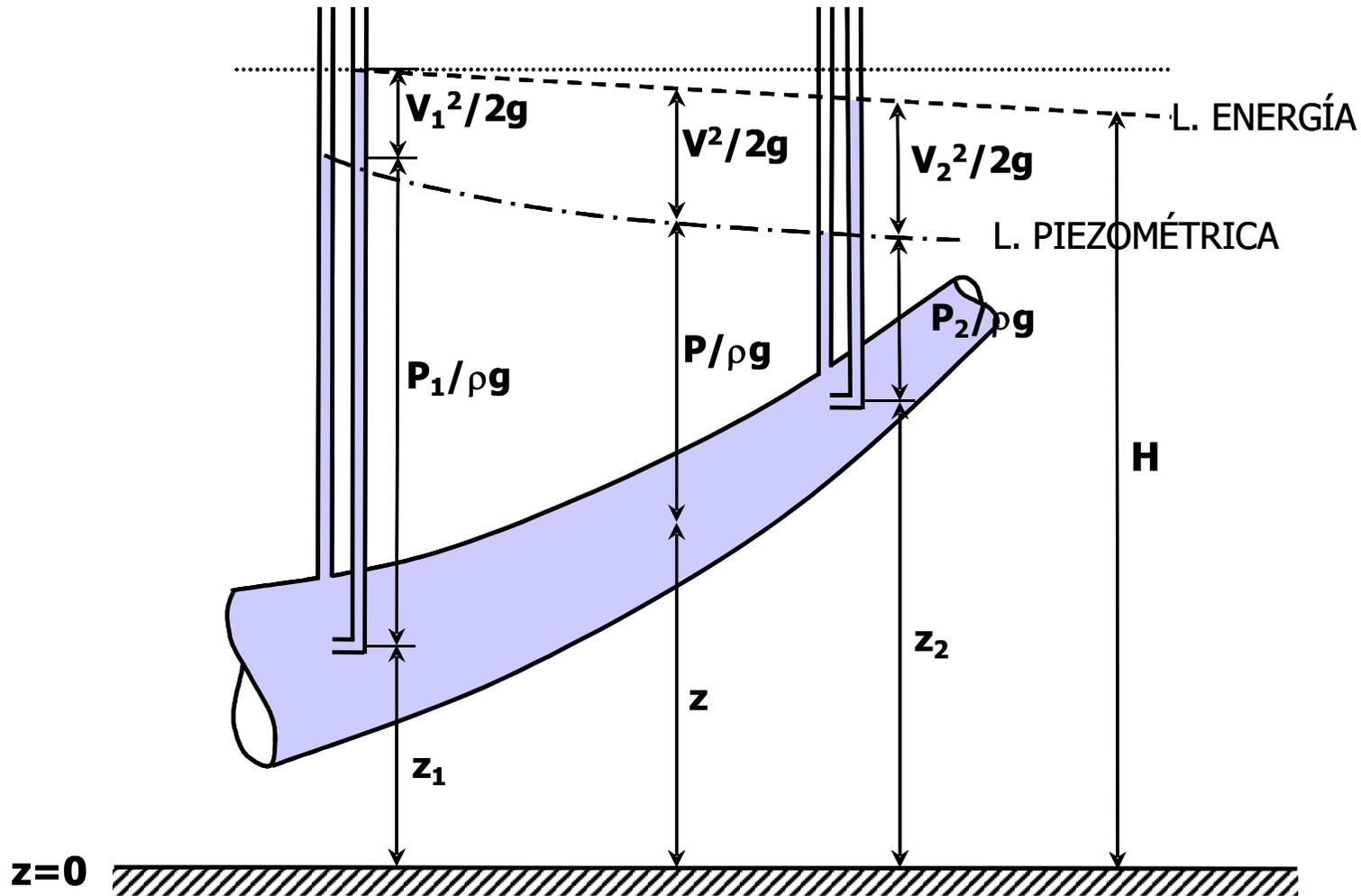
1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía



1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía





1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía

e (despl. fluido) = $\Phi[\Delta V^2, \Delta P, \Delta z, V, L, D, \varepsilon, \mu, \rho, \text{pérdidas menores}]$ [energía/masa]

$$\frac{E}{\text{tiempo}} \longrightarrow \boxed{N = m W = Q \rho W}$$

TIPOS DE PROBLEMAS

PROBLEMA TIPO I: caudal y diámetro conocidos \rightarrow se puede evaluar $f \rightarrow$ matemáticamente sencillo.

PROBLEMA TIPO II: caudal o diámetro desconocido \rightarrow no se puede evaluar f . Formas de resolución:

1. Resolución por cálculo numérico de una ecuación del siguiente tipo:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{V_2^2}{\alpha_2} - \frac{V_1^2}{\alpha_1} \right) + g(Z_2 - Z_1) + \frac{1}{\rho} (P_2 - P_1) + 2 \left(\frac{4Q_v}{\pi D^2} \right)^2 \frac{L}{D} \left\{ -4 \log \left[\frac{1}{3, \dots} \left(\frac{\varepsilon}{D} \right) - \frac{(5, \dots)(4)Q_v \rho}{\pi D \mu} \log \left(\frac{1}{2, \dots} \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^{1, \dots} + \frac{5, \dots}{\left(\frac{4Q_v \rho}{\pi D \mu} \right)^{0, \dots}} \right) \right] \right\}^{-1/2} = W$$

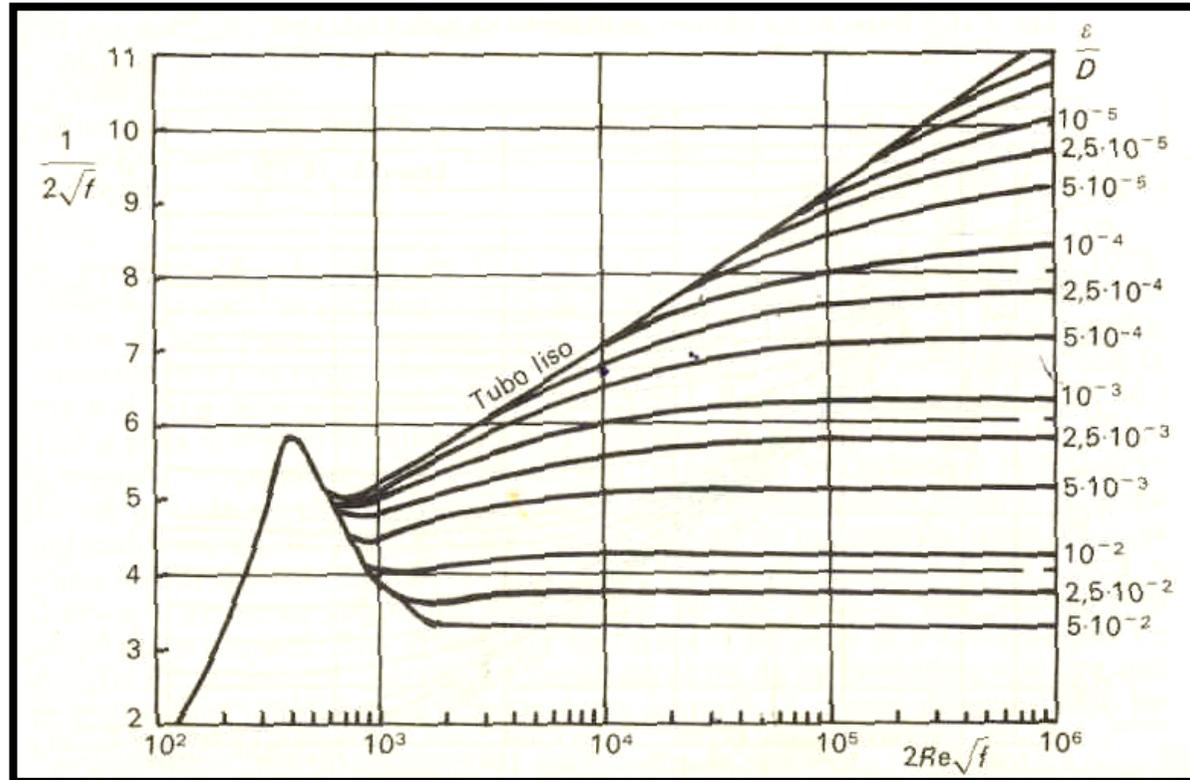
2. Resolución mediante tanteos:

- Suponer V .
- Calcular f .
- Comprobar que V y f satisfacen la ec. de conservación de energía.

3. En caso de conocer ΣF , utilizar gráfico de Karman

1. ECUACIONES DE CONSERVACIÓN EN FLUJO INTERNO INCOMPRESIBLE

Ecuación de conservación de energía



$$\frac{1}{2\sqrt{f}} = \frac{V}{\sqrt{2(\Sigma F)(D/L)}};$$

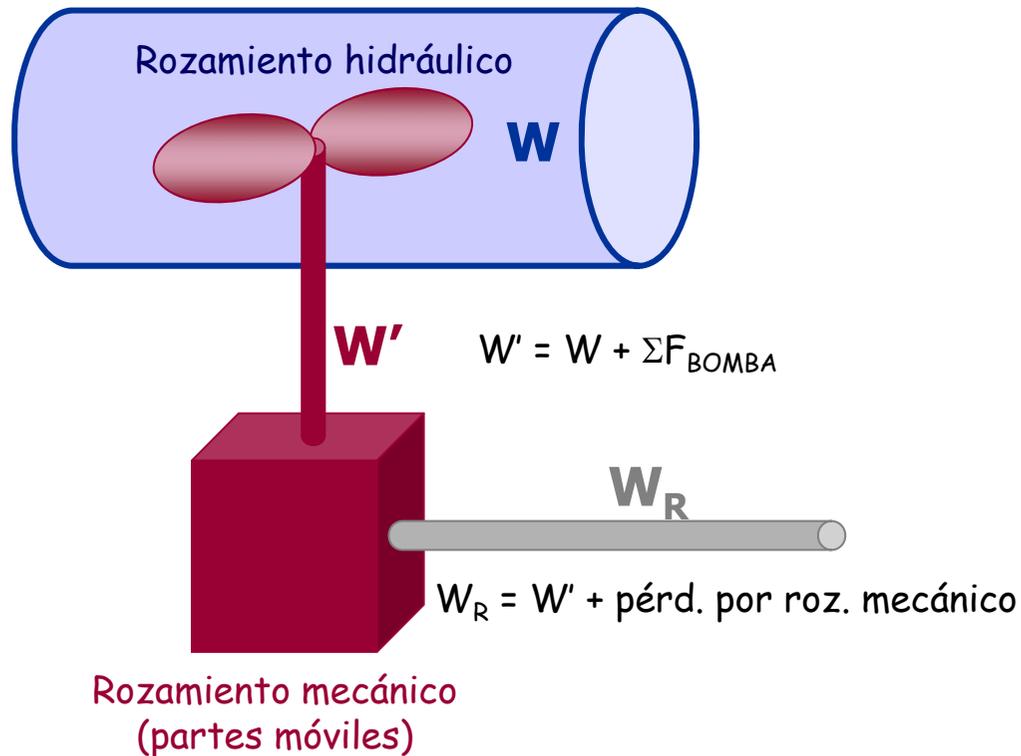
$$2\text{Re}\sqrt{f} = \frac{D\rho}{\mu} \sqrt{2(\Sigma F)(D/L)}$$

2. CÁLCULO DE LA POTENCIA NECESARIA PARA EL FLUJO

$$N = m \dot{W}$$

→ E/kg que recibe el fluido (\dot{W}_+)

Rendimiento de una bomba



$$\text{Rendimiento hidráulico: } \eta_h = \frac{W}{W'}$$

$$\text{Rendimiento mecánico: } \eta_m = \frac{W'}{W_r}$$

$$\text{Rendimiento global: } \eta_t = \eta_h \eta_m = \frac{W}{W'} \frac{W'}{W_r} = \frac{W}{W_r}$$

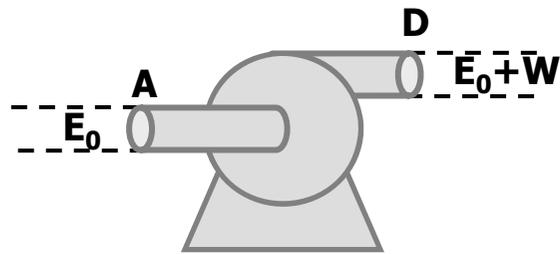
$$W_r = W + \Sigma F_{BOMBA} + \text{pérd. por roz. mecánico}$$

Potencia consumida por bomba:

$$N_r = m W_r = m \frac{W}{\eta_t} = \frac{N}{\eta_t}$$

2. CÁLCULO DE LA POTENCIA NECESARIA PARA EL FLUJO

Variación de energía originada por una bomba



Ec. de cons. entre admisión y descarga:

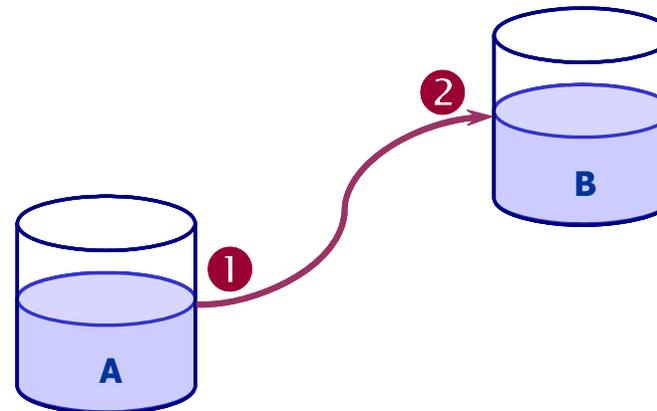
$$\frac{v_D^2}{2\alpha_D} - \frac{v_A^2}{2\alpha_A} + g(z_D - z_A) + \frac{1}{\rho}(p_D - p_A) + \sum F = W$$

$$\left. \begin{array}{l} S_D = S_A \rightarrow V_D = V_A \\ z_A \approx z_D \\ \sum F \rightarrow \text{rendimiento} \end{array} \right\} \frac{1}{\rho}(p_D - p_A) = W$$

2.3. Número y localización de estaciones de bombeo.

Nº ESTACIONES DE BOMBEO → mínimo posible sin sobrepasar P de trabajo de la conducción.

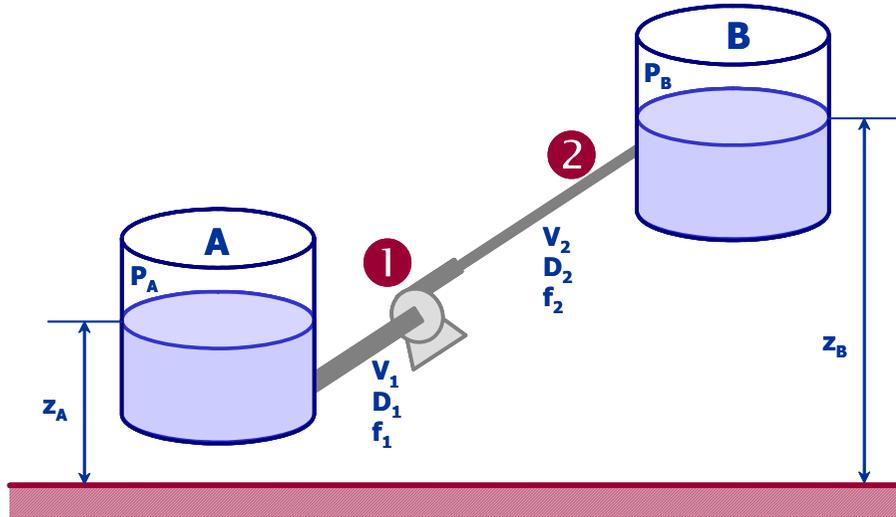
LOCALIZACIÓN → evitar problemas de cavitación



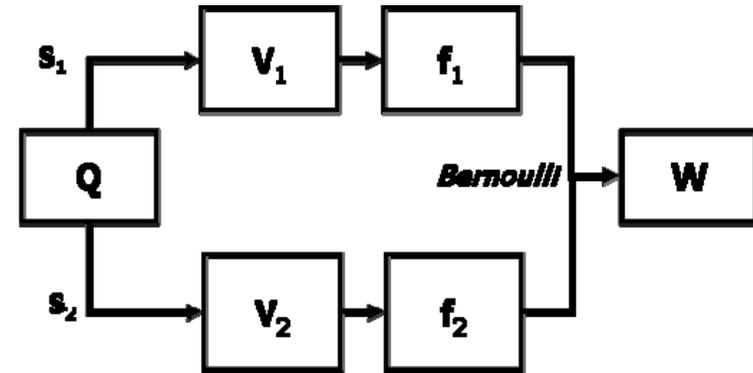
Establecimiento de alternativas técnicamente viables → selección teniendo en cuenta costes

3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

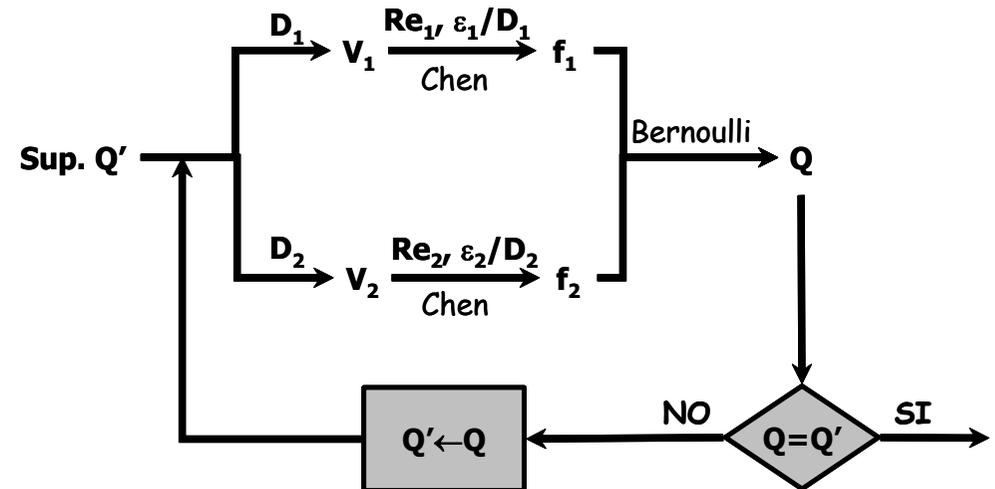
Sistemas de conducciones en serie



Esquema de cálculo para caudal conocido



Esquema de cálculo para caudal desconocido



Bernoulli entre A→B:

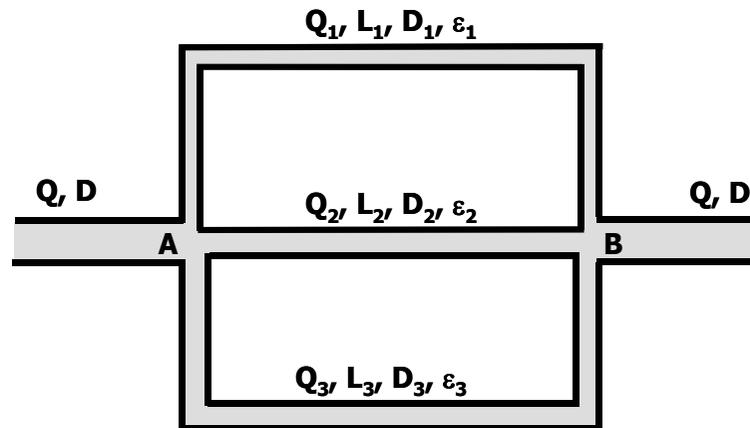
$$\frac{V_B^2}{2\alpha_B} - \frac{V_A^2}{2\alpha_A} + g(z_B - z_A) + \frac{1}{\rho}(p_B - p_A) + \sum F = W$$

$$\Sigma F = \Sigma F_1 + \Sigma F_2$$

Continuidad en estrechamiento → $Q_1 = Q_2$

3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

Sistemas de conducciones en paralelo



Ec. de continuidad en A o B: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Bernoulli entre A→B:
$$\frac{V_B^2}{2\alpha_B} - \frac{V_A^2}{2\alpha_A} + g(z_B - z_A) + \frac{1}{\rho}(p_B - p_A) + \sum F_{AB} = 0$$

P_{AB} independiente de la conducción:

$$P_{AB} = (P_{AB})_1 = (P_{AB})_2 = (P_{AB})_3$$

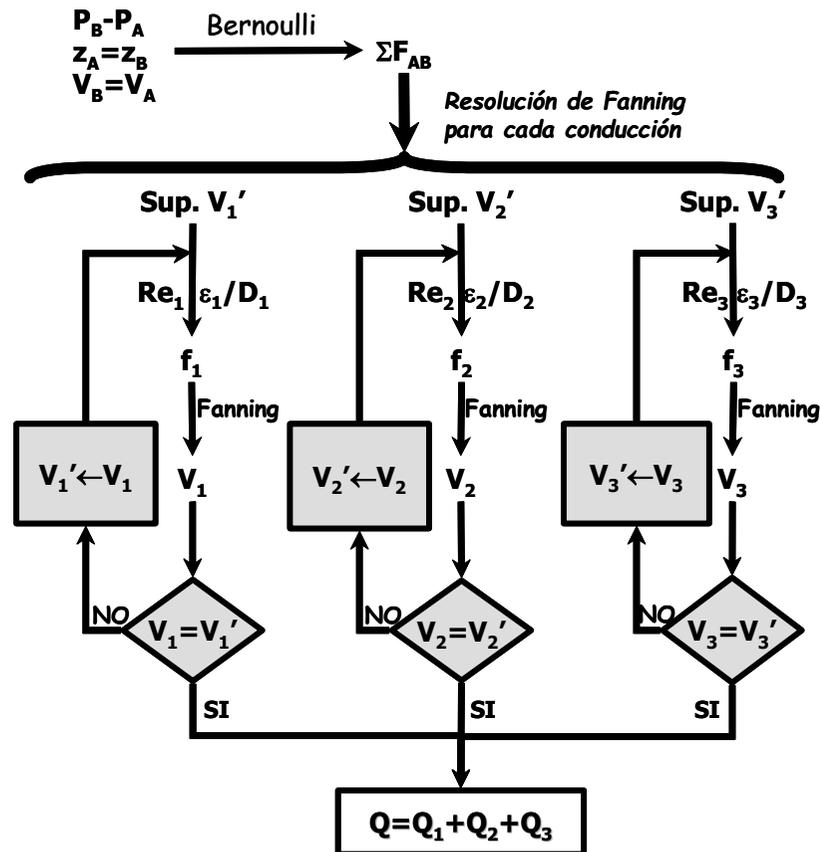
$$\sum F_{AB} = \sum F_1 = \sum F_2 = \sum F_3$$



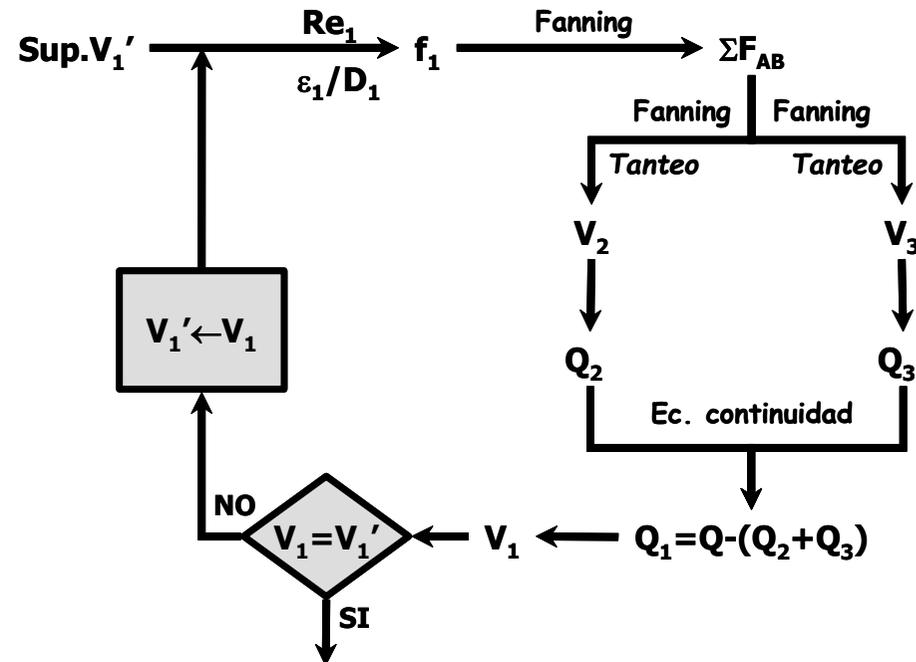
3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

Sistemas de conducciones en paralelo

Esquema de cálculo para caudal desconocido (P_A y P_B conocido)

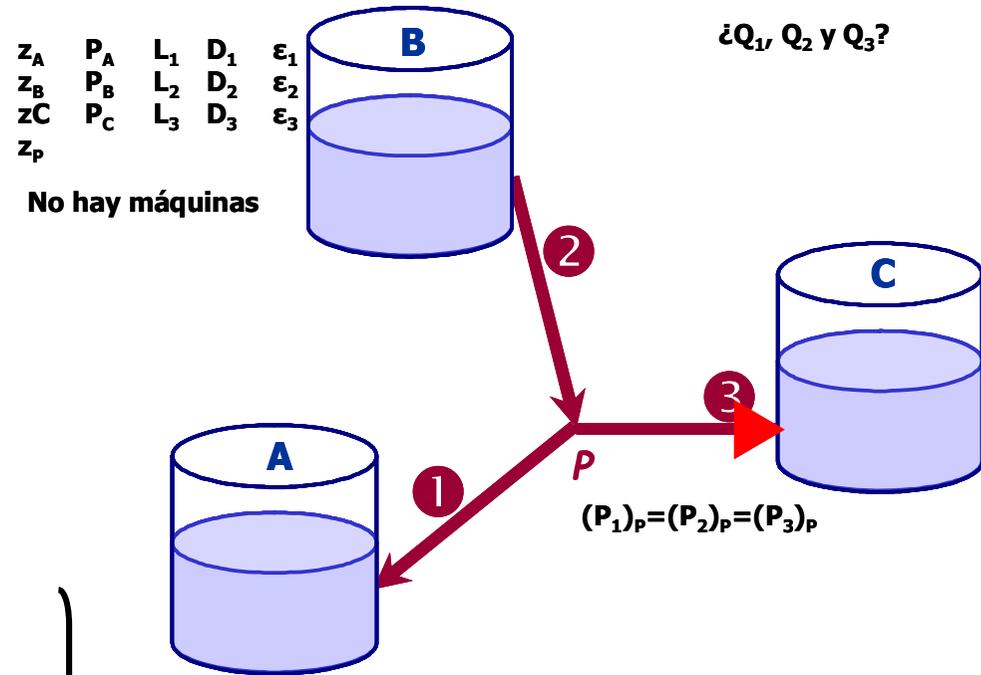


Esquema de cálculo para P_A y P_B desconocido (Q total conocido)



3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

Sistemas de conducciones ramificadas



SUPONER SENTIDO DE CIRCULACIÓN EN CONDUCCIONES DUDOSAS:

Suponemos dirección $P \rightarrow C$ en 3

MÉTODO DE RESOLUCIÓN I:

Ec. de continuidad en P: $Q_2 = Q_1 + Q_3$

Bernoulli:

$$B \rightarrow P: \frac{V_{P_2}^2}{2\alpha_{P_2}} - 0 + g(z_P - z_B) + \frac{1}{\rho}(P_P - P_B) + \sum F_2 = 0$$

$$P \rightarrow A: 0 - \frac{V_{P_1}^2}{2\alpha_{P_1}} + g(z_A - z_P) + \frac{1}{\rho}(P_A - P_P) + \sum F_1 = 0$$

$$P \rightarrow C: 0 - \frac{V_{P_3}^2}{2\alpha_{P_3}} + g(z_C - z_P) + \frac{1}{\rho}(P_C - P_P) + \sum F_3 = 0$$

Sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas => resolución por tanteos

1. Suponer P_p .
2. Calcular V_{1p} , V_2 y V_3 con ec. BP, PA Y PC.
3. Comprobar que se cumple ec. de continuidad.

Sistemas de conducciones ramificadas

MÉTODO DE RESOLUCIÓN II:

Suponiendo que $V_{p1} \approx V_{p2} \approx V_{p3}$

Ec. de continuidad en P: $Q_2 = Q_1 + Q_3$

$$BP+PA: g(z_A - z_B) + \frac{1}{\rho}(P_A - P_B) + \sum F_2 + \sum F_3 = 0$$

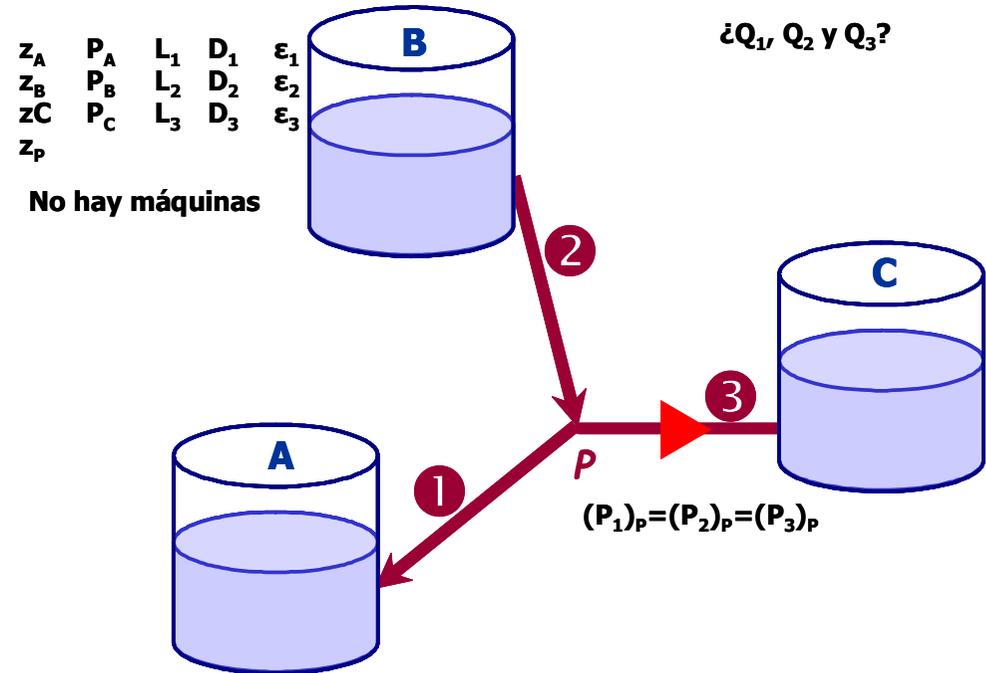
$$BP+PC: g(z_C - z_A) + \frac{1}{\rho}(P_C - P_A) + \sum F_2 + \sum F_1 = 0$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas
=> resolución por tanteos

MÉTODO DE RESOLUCIÓN III:

Si se cumple:

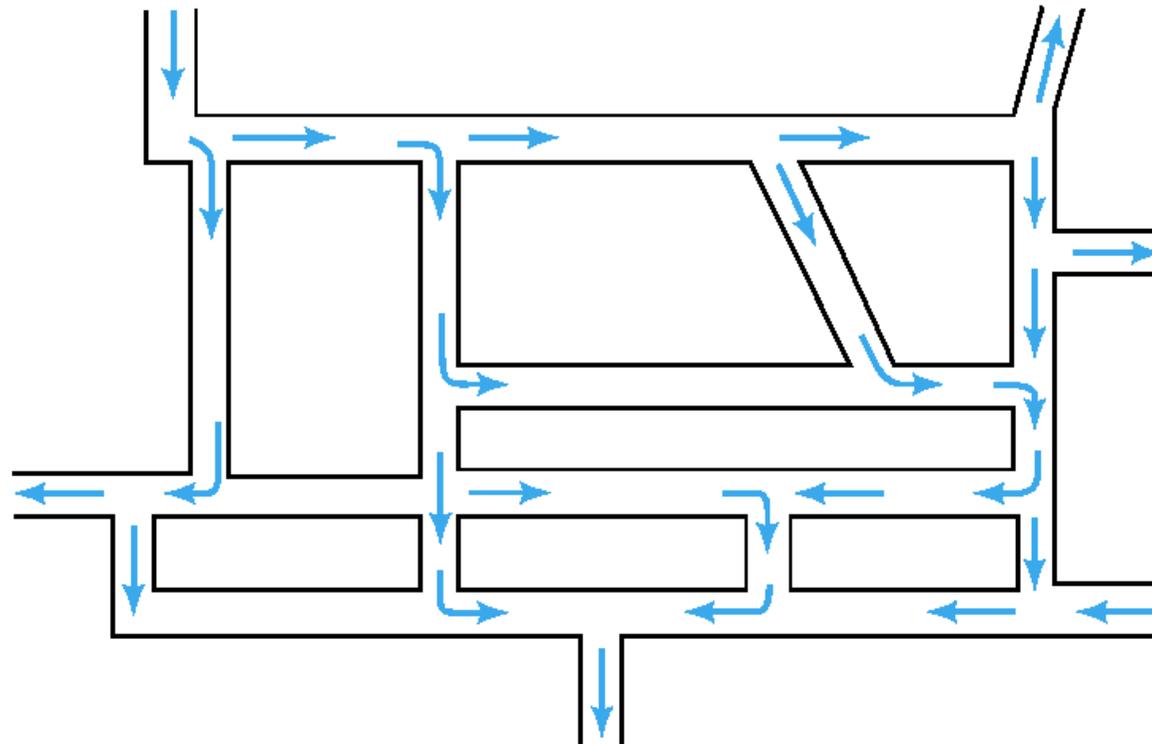
- $Re \uparrow \uparrow$
 - $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_1 = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_2 = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_3$
- $$\left. \begin{array}{l} \bullet Re \uparrow \uparrow \\ \bullet \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_1 = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_2 = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_3 \end{array} \right\} f_1 = f_2 = f_3 \left\{ \begin{array}{l} \text{Los sistemas de ecuaciones anteriores se pueden resolver eliminando} \\ \text{parte de los tanteos} \end{array} \right.$$



Redes de tuberías

Grupo de tuberías interconectadas (ej. distribución de agua y gas en ciudades).

RESOLUCIÓN POR TANTEOS.





3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

Redes de tuberías

Ecuaciones experimentales para el establecimiento de la pérdida de carga

Ecuaciones generales para h_{roz} tedioso cuando hay que realizar los cálculos muchas veces \rightarrow ec. experimentales explícitas en V. Válidas sólo para el fluido y condiciones en que se obtuvieron.

$$h_{roz} = r Q^n$$

$r \rightarrow$ resistencia
 $n \rightarrow$ parámetro empírico $r = \frac{R L}{D^m}$

L : long. conducción
 m : parám. empírico
 R : coef.

válidos para μ del fluido para la que se desarrolle y para intervalo de D y Q en que sea deducida

Ec. de Hazen-Williams

$$h_{roz} = r Q^{1,852} \quad [SI]$$

≈ 2

$$r = \frac{10,675 \cdot L}{C^{1,852} \cdot D^{4,8704}}$$

\rightarrow No depende de Re
 Agua
 $T \approx$ ambiente
 Sección circular
 $D > 5$ cm
 $V > 3$ m/s

TIPO DE CONDUCCIÓN	C
Cond. extremadamente lisa	140
Hierro fundido nuevo	130
Acero soldado nuevo	120
Acero remachado nuevo	110
Hierro fundido con años de uso	100
Ac. remachado con años de uso	95
Cond. muy usadas en mal estado	60-80

Redes de tuberías

Método de Hardy-Cross

Condiciones que deben cumplirse:

1. Debe cumplirse la ecuación de continuidad en cada nodo.
2. El flujo en cada conducción debe cumplir las leyes del rozamiento (Fanning, Hazen-Williams, ...).
3. Establecer el número mínimo de circuitos de tal manera que todas las conducciones de la red pertenezcan al menos a uno (*un circuito está constituido por varios nodos unidos por conducciones que configuran un polígono cerrado*).
4. La suma algebraica de las pérdidas de carga en cada circuito debe ser cero.

Criterio de asignación de signos a los caudales de las tuberías:

- Caudales con sentido horario => POSITIVOS
- Caudales con sentido antihorario => NEGATIVOS

APLICACIÓN DEL MÉTODO.

1. Asignación de caudales para cada conducción de forma que se cumpla la ecuación de continuidad en cada nodo.
2. Cálculo de la corrección que hay que aplicar a cada conducción para acercarnos al valor real del caudal.



3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

Redes de tuberías

Método de Hardy-Cross

CÁLCULO DE LA CORRECCIÓN

Conducción i

Caudal corregido: $Q_i = Q_{i0} + \Delta Q_i$

↖ Caudal inicial

↘ Corrección

Pérdida de carga para el caudal corregido: $h_{roz_i} = r_i Q_i^n = r_i (Q_{i0} + \Delta Q_i)^n = r_i [Q_{i0}^n + n Q_{i0}^{n-1} \Delta Q_i + \dots + \Delta Q_i^n]$

suponiendo no nulos los dos primeros términos del corchete: $h_{roz_i} = r_i Q_{i0}^n + r_i n Q_{i0}^{n-1} \Delta Q_i$

Circuito i

Suma algebraica de pérdidas de carga nula: $\sum h_{roz_i} = \sum r_i Q_{i0}^n + \sum r_i n Q_{i0}^{n-1} \Delta Q_i = 0$

ΔQ_i igual para todas las conducciones de un circuito

utilización de valores absolutos para tener en cuenta los signos de los caudales

$$\sum h_{roz_i} = \sum r_i Q_{i0} |Q_{i0}|^{n-1} + \Delta Q \sum r_i n |Q_{i0}|^{n-1} = 0$$

$$\Delta Q = - \frac{\sum r_i Q_{i0} |Q_{i0}|^{n-1}}{\sum r_i n |Q_{i0}|^{n-1}} = - \frac{\sum h_{roz_i}}{n \sum \frac{h_{roz_i}}{Q_{i0}}} = - \frac{\sum h_{roz_i}}{\sum \frac{dh_{roz_i}}{dQ}}$$

Redes de tuberías

Método de Hardy-Cross

ETAPAS

- I. Suponer una **distribución de valores iniciales de los caudales** que circulan por cada conducción, de forma que se cumple la ecuación de continuidad en cada uno de los nudos. Es aconsejable tener en cuenta las resistencias de cada tubería para realizar esta distribución: a mayor resistencia (r), menor caudal.
- II. **Identificar los circuitos y asignar los signos** a los caudales de las conducciones de los mismos.
- III. Calcular las **pérdidas de carga para cada tubería** de un circuito, mediante expresiones potenciales empíricas del tipo Hazen Williams. Las pérdidas menores se incluyen en cada conducción como longitud equivalente, pero se desprecian la de los nodos:

$$h_{roz_i} = r_i Q_i^2 \quad r_i = \frac{10,675}{C_i^{1,852}} \cdot \frac{L_i + (Leq)_i}{D_i^{4,8704}}$$

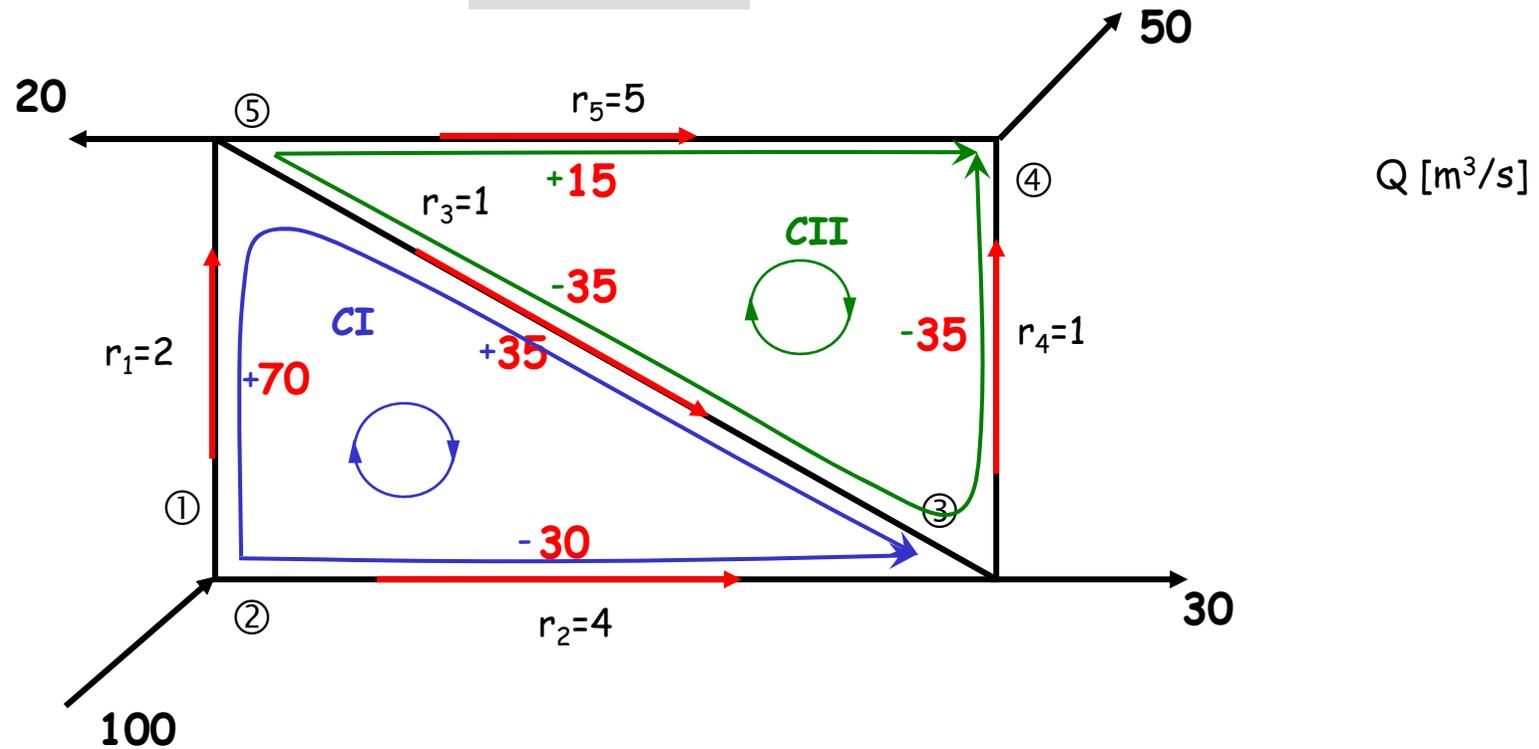
- IV. Calcular la **pérdida de carga total** del circuito (Σh_{roz}).
- V. Calcular el **término $r \cdot n \cdot |Q|^{n-1}$** para cada conducción del circuito y realizar la suma correspondiente.
- VI. **Calcular el factor de corrección** a partir de la ecuación correspondiente.
- VII. Calcular los **valores de los caudales** en cada conducción de los circuitos, **teniendo en cuenta que la corrección debe ser doble** en el caso de conducciones que pertenezcan a dos circuitos. (Debe restarse la corrección del circuito complementario => circ. propio:+; circ. compl.:-)

$$\Delta Q = - \frac{\sum r_i Q_{i0} |Q_{i0}|^{n-1}}{\sum r_i n |Q_{i0}|^{n-1}}$$
- VIII. **Repetir los pasos III a VII** tantas veces como sea necesario, hasta que la diferencia entre los valores del caudal entre dos tanteos consecutivos sean despreciables.

Redes de tuberías

Método de Hardy-Cross

EJEMPLO 1



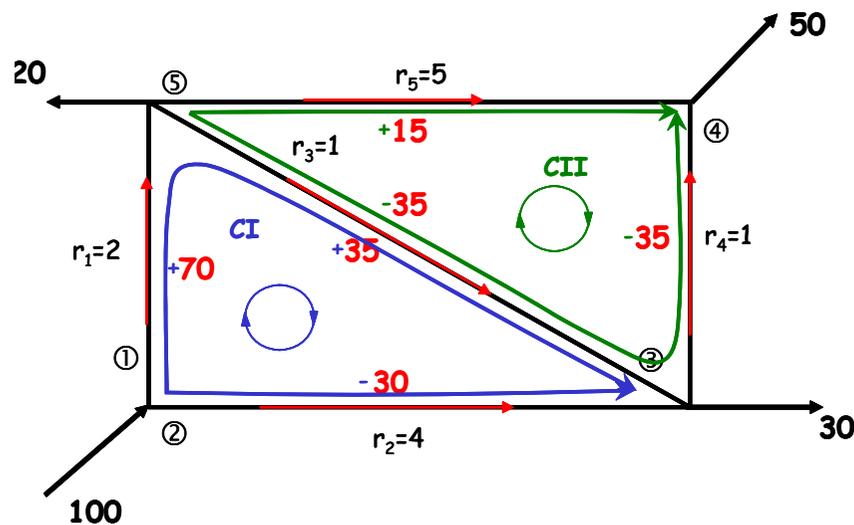
1. Suponemos caudal y sentido (deben cumplirse BM en cada nodo).
2. Seleccionamos circuitos y establecemos signos



3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

Redes de tuberías

Método de Hardy-Cross



3. Cálculo de la corrección:
$$\Delta Q = - \frac{\sum r_i Q_{i0} |Q_{i0}|^{n-1}}{\sum r_i n |Q_{i0}|^{n-1}}$$

C I	$(h_{roz})_i = r_i Q_i Q_i ^{n-1}$	$n r_i Q_i ^{n-1}$
1	$2 \cdot 70 \cdot 70 = 9.800$	$2 \cdot 2 \cdot 70 = 280$
2	$4 \cdot (-30) \cdot -30 = -3600$	$2 \cdot 4 \cdot -30 = 240$
3	$1 \cdot 35 \cdot 35 = 1.225$	$2 \cdot 1 \cdot 35 = 70$
TOTAL	7.425	590

C II	$(h_{roz})_i = r_i Q_i Q_i ^{n-1}$	$n r_i Q_i ^{n-1}$
3	$1 \cdot (-35) \cdot -35 = -1.225$	$2 \cdot 1 \cdot -35 = 70$
4	$1 \cdot (-35) \cdot -35 = -1.225$	$2 \cdot 1 \cdot -35 = 70$
5	$5 \cdot 15 \cdot 15 = 1.125$	$2 \cdot 5 \cdot 15 = 150$
TOTAL	-1.325	290

$$\Delta Q_I = - \frac{\sum (h_{roz})_i}{\sum n r_i |Q_i|^{n-1}} = - \frac{7.425}{590} = -12,58$$

$$\Delta Q_{II} = - \frac{\sum (h_{roz})_i}{\sum n r_i |Q_i|^{n-1}} = - \frac{-1.325}{290} = 4,57$$

Redes de tuberías

Método de Hardy-Cross

4. Corrección de caudales

CIRCUITO I

$$Q_1 = 70 - 12,58 = 57,42$$

$$Q_2 = -30 - 12,58 = -42,58$$

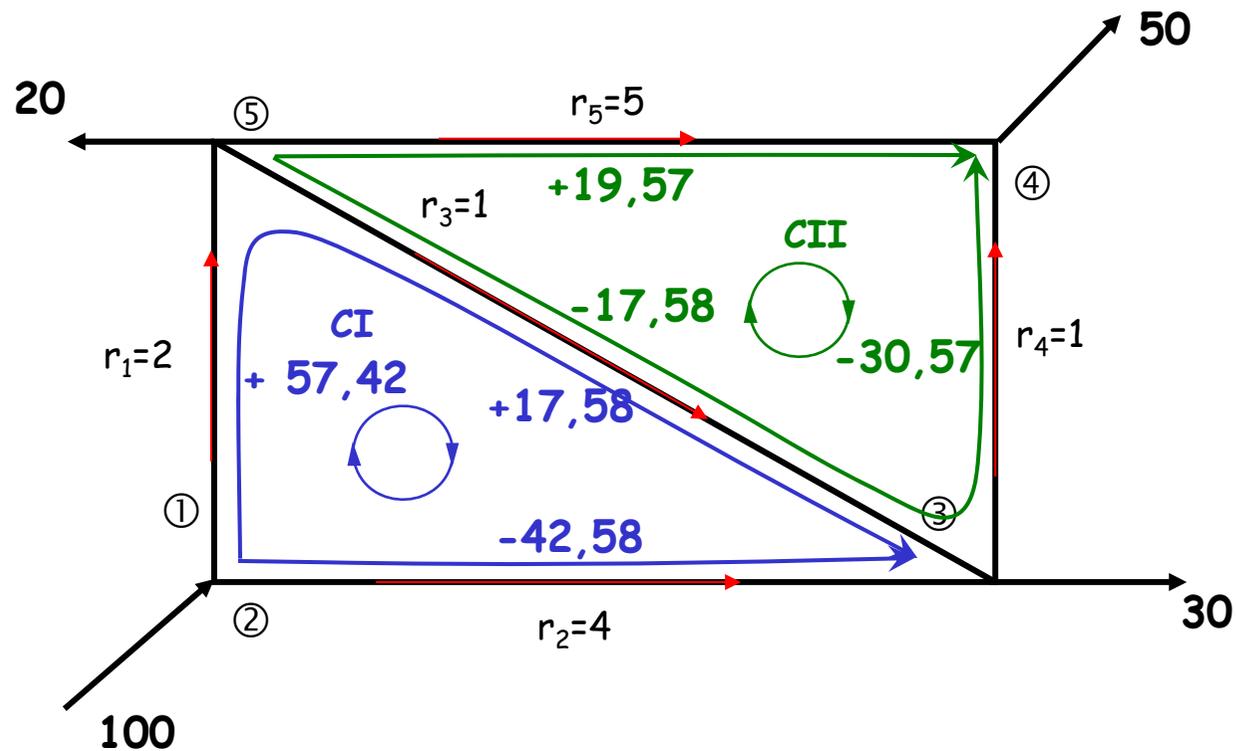
$$Q_3 = 35 + \Delta Q_I - \Delta Q_{II} = 35 - 12,58 - (4,57) = 17,58$$

CIRCUITO II

$$Q_3 = -35 + \Delta Q_{II} - \Delta Q_I = -35 + 4,57 - (-12,58) = -17,58$$

$$Q_4 = -35 + 4,57 = -30,57$$

$$Q_5 = 15 + 4,57 = 19,57$$





3. SISTEMAS COMPLEJOS DE CONDUCCIONES

Redes de tuberías

Método de Hardy-Cross

Tanteos del ejemplo 1

n=	2												
r ₁ =	2			r ₃ =	1			r ₅ =	5				
r ₂ =	4			r ₄ =	1								

CIRCUITO I

Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	(hroz) ₁	(hroz) ₂	(hroz) ₃	(hroz) _I	(nrQn-1) ₁	(nrQn-1) ₂	(nrQn-1) ₃	(nrQn-1) _I	ΔQ _I
70,000	-30,000	35,000	-35,000	15,000	9800,000	-3600,000	1225,000	7425,000	280,000	240,000	70,000	590,000	-12,585
57,415	-42,585	17,846	-30,431	19,569	6593,023	-7253,842	318,490	-342,329	229,661	340,678	35,693	606,032	0,565
57,980	-42,020	20,704	-32,724	17,276	6723,390	-7062,680	428,672	89,382	231,920	336,159	41,409	609,488	-0,147
57,833	-42,167	20,532	-32,698	17,302	6689,421	-7112,064	421,549	-1,093	231,334	337,332	41,063	609,729	0,002
57,835	-42,165	20,555	-32,720	17,280	6689,836	-7111,459	422,511	0,889	231,341	337,318	41,110	609,769	-0,001
57,834	-42,166	20,553	-32,720	17,280	6689,499	-7111,950	422,441	-0,011	231,335	337,330	41,107	609,771	0,000

CIRCUITO II

(hroz) ₃	(hroz) ₄	(hroz) ₅	(hroz) _{II}	(nrQn-1) ₃	(nrQn-1) ₄	(nrQn-1) ₅	(nrQn-1) _{II}	ΔQ _{II}
-1225,000	-1225,000	1125,000	-1325,000	70,000	70,000	150,000	290,000	4,569
-318,490	-926,048	1914,722	670,184	35,693	60,862	195,690	292,244	-2,293
-428,672	-1070,878	1492,255	-7,295	41,409	65,449	172,757	279,615	0,026
-421,549	-1069,171	1496,765	6,046	41,063	65,396	173,018	279,478	-0,022
-422,511	-1070,586	1493,025	-0,072	41,110	65,440	172,802	279,352	0,000
-422,441	-1070,569	1493,070	0,060	41,107	65,439	172,804	279,350	0,000



4. Equipos para la impulsión de fluidos

TIPOS DE IMPULSIÓN

- Por desplazamiento volumétrico del fluido, bien mecánicamente o por la ayuda de otro fluido => bombas de desplazamiento positivo, compresores.
- Por la acción de la fuerza centrífuga => bombas, soplantes y compresores centrífugos.
- Por impulsión mecánica => ventiladores.
- Por la acción de un campo magnético => bombas magnéticas.
- Por transporte de cantidad de movimiento => eyectores.

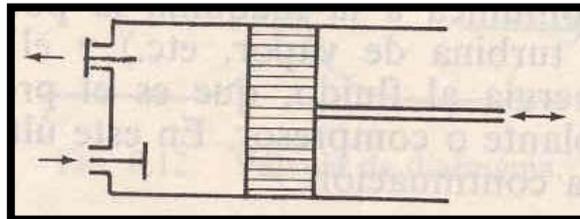


4. Equipos para la impulsión de fluidos

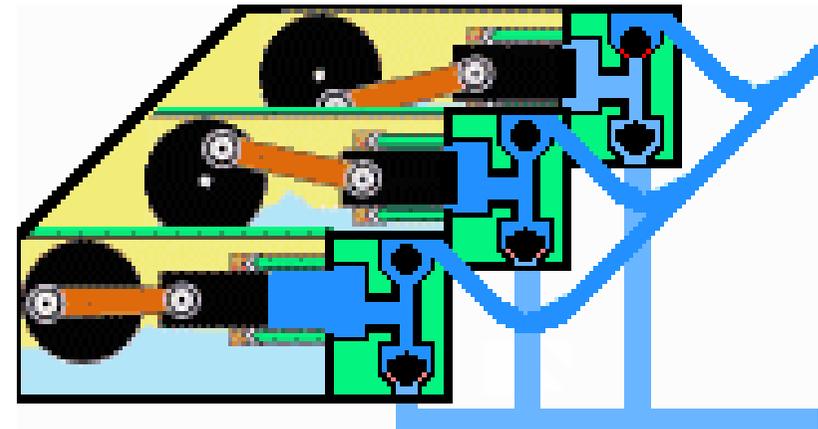
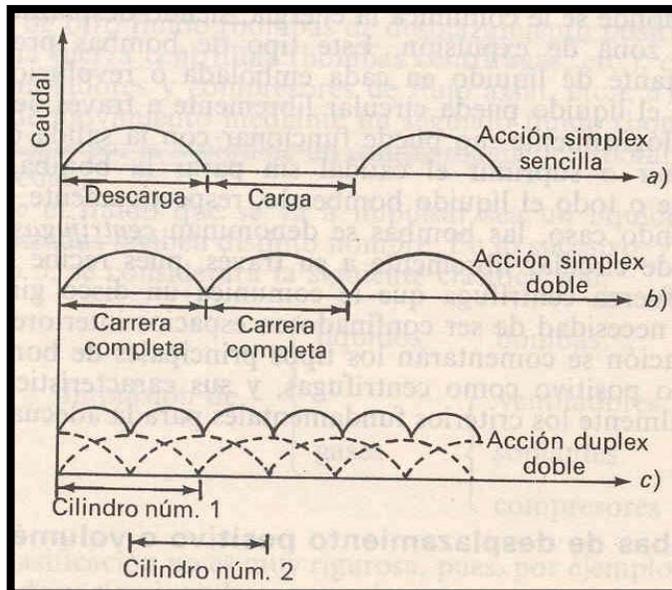
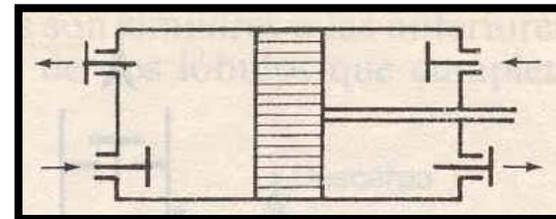
Bombas de desplazamiento positivo

BOMBAS DE PISTÓN O ÉMBOLO

Acción simple



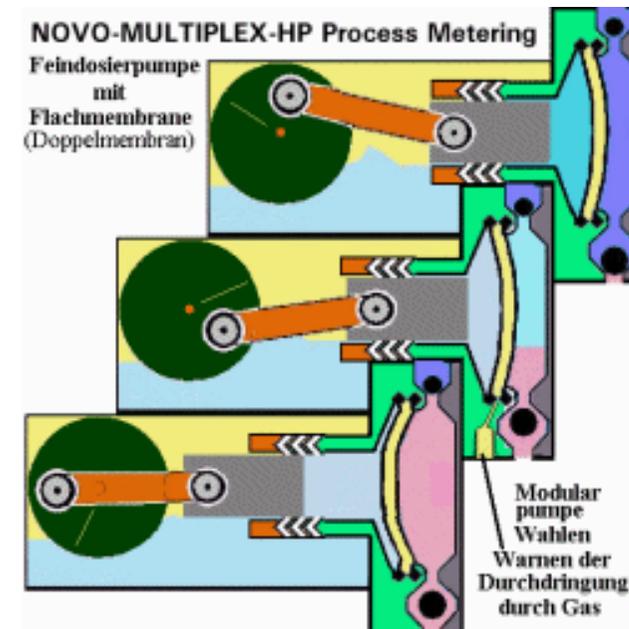
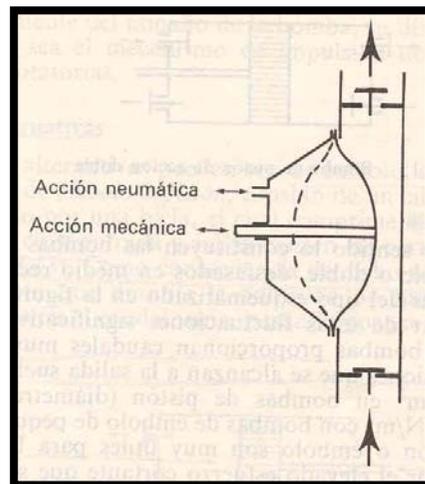
Acción doble



4. Equipos para la impulsión de fluidos

Bombas de desplazamiento positivo

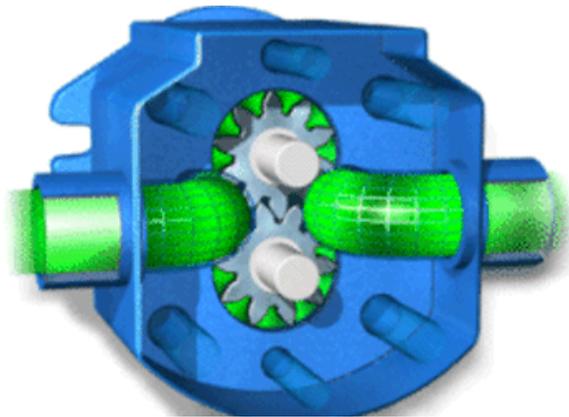
BOMBA DE DIAFRAGMA



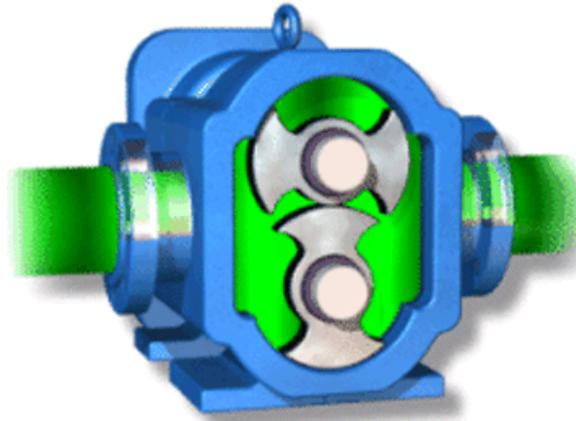
4. Equipos para la impulsión de fluidos

Bombas de desplazamiento positivo: rotatorias

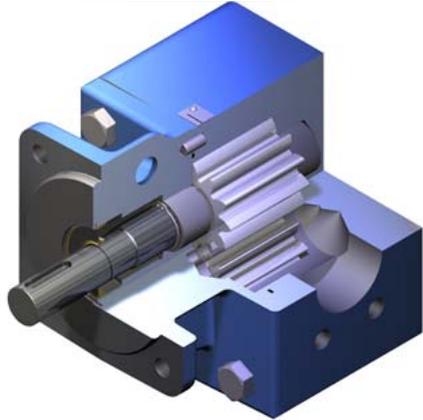
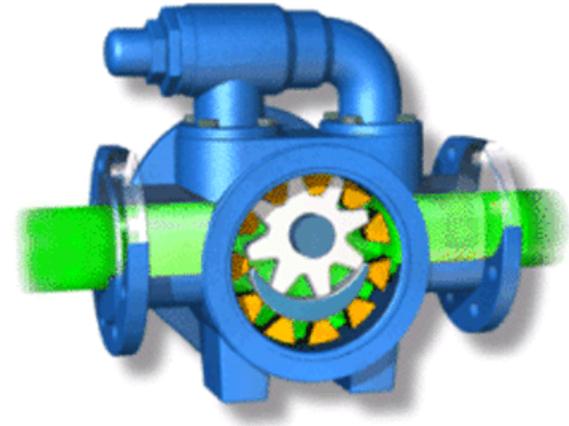
B. DE RUEDAS DENTADAS



B. DE LÓBULOS



B. DE RUEDAS EXCÉNTRICAS



4. Equipos para la impulsión de fluidos

Bombas de desplazamiento positivo

VENTAJAS:

- Adecuadas para fluidos de elevada viscosidad.
- Adecuadas para fluidos sensibles a esfuerzos cortantes.
- Velocidades de giro relativamente bajas (mayor vida útil).
- Autocebado.

INCONVENIENTES:

- Pueden producir pulsación en la descarga.
- Necesidad de protección frente a bloqueo en línea de descarga.
- Poca flexibilidad en el caudal proporcionado.

4. Equipos para la impulsión de fluidos

Criterio de selección de bombas

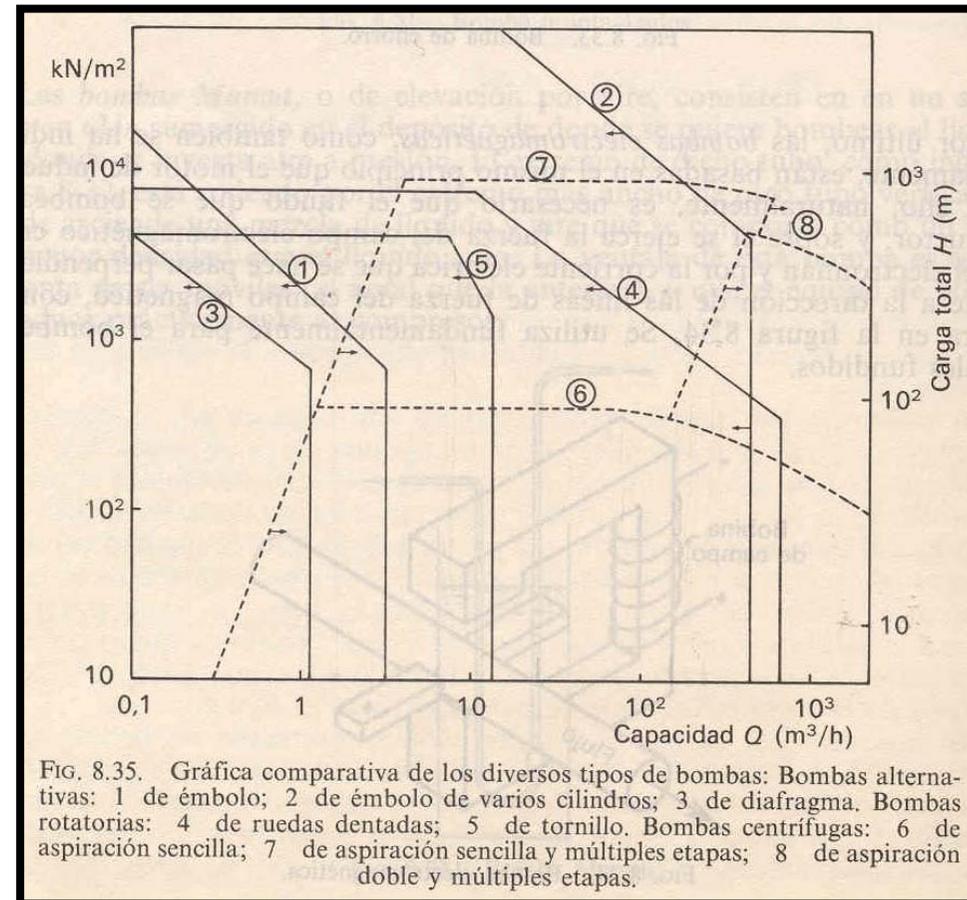
INFORMACIÓN NECESARIA:

• **TIPO DE LÍQUIDO**

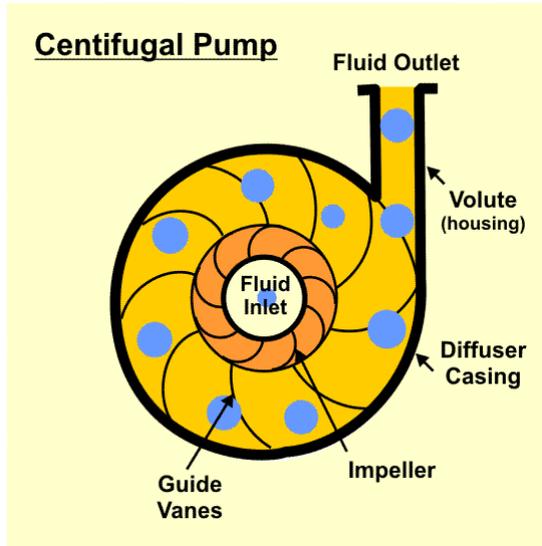
- o Densidad y viscosidad
- o Presión de vapor
- o Contenido en sólidos
- o Propiedades corrosivas y abrasivas
- o ...

• **CONDICIONES DE BOMBEO**

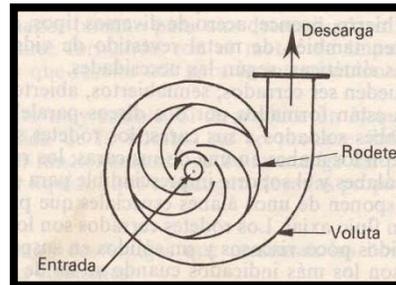
- o Q
- o P y $P_{\text{admisión}}$
- o T
- o Variaciones de Q



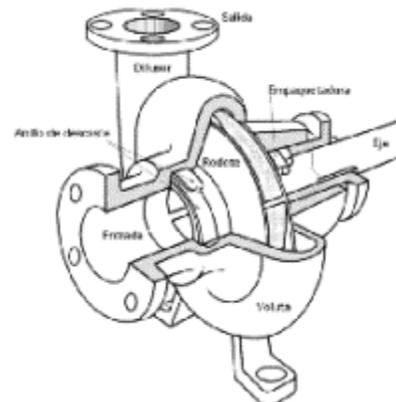
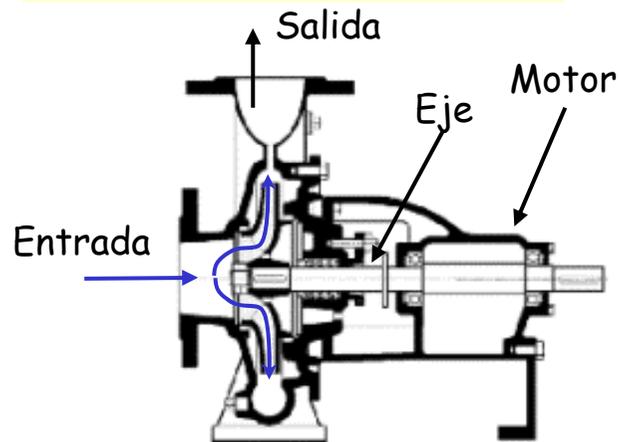
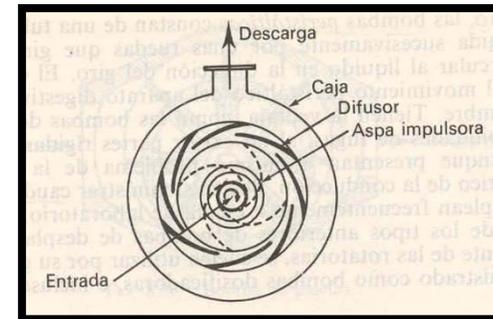
5. Bombas centrífugas



B. centr. de voluta



B. centr. de difusor





5. Bombas centrífugas

VENTAJAS

- o No producen pulsación en la descarga
- o Intervalo de P y Q muy amplios
- o Construcción sencilla => bajo coste inicial y de mantenimiento
- o Acoplamiento directo a motor eléctrico=> pueden trabajar a \uparrow velocidad de giro \rightarrow menor tamaño
- o Por tener menor tamaño => posibilidad de sellarlas
- o Funcionamiento estable ante bloqueos
- o Posibilidad de bombeo de suspensiones de sólidos de concentración moderada

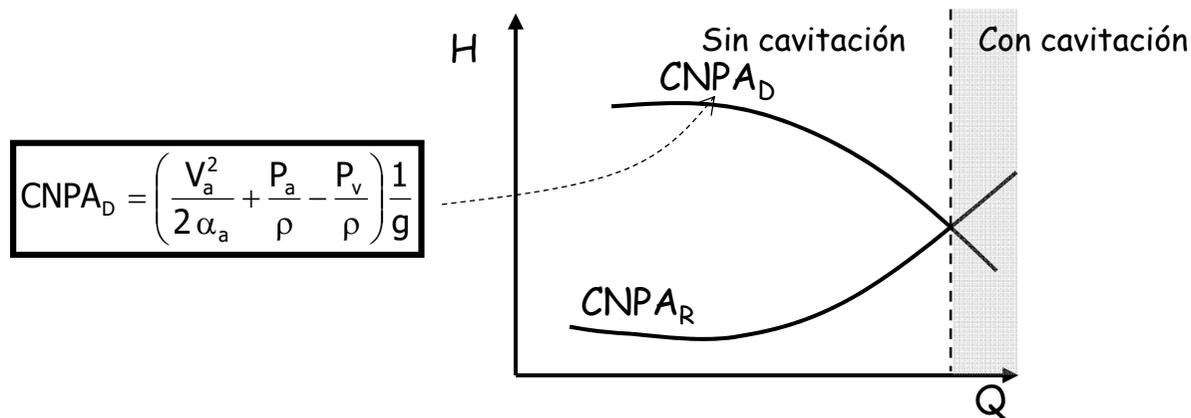
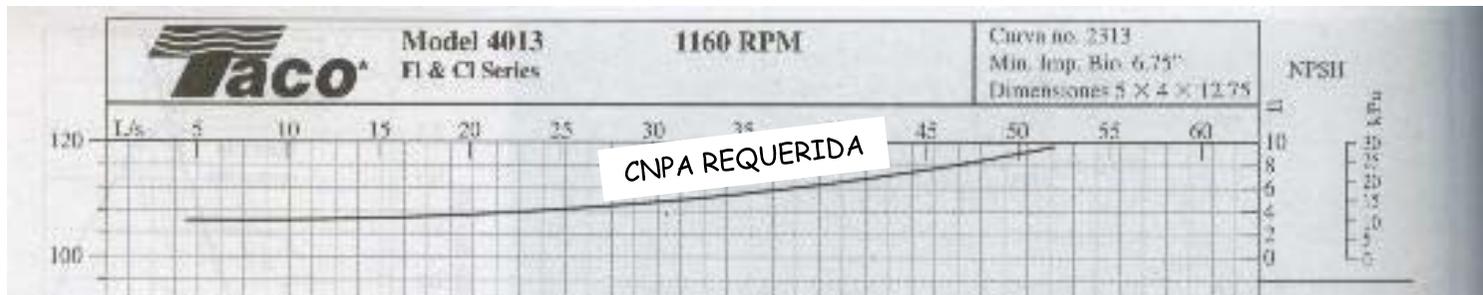
INCONVENIENTES

- o Para P \uparrow \rightarrow etapas múltiples => mayor complejidad mecánica (\uparrow coste)
- o Condiciones de Q-P limitados para obtener alto rendimiento
- o Instalación de válvulas de retención en la línea de aspiración para evitar retorno del líquido en caso de parada de la bomba.
- o Líquidos muy viscosos => bajo rendimiento
- o Necesidad de realizar etapa de cebado (eliminar aire de la bomba y la tubería de aspiración)

5. Bombas centrífugas

Carga neta positiva de aspiración (CNPA, NPSH)

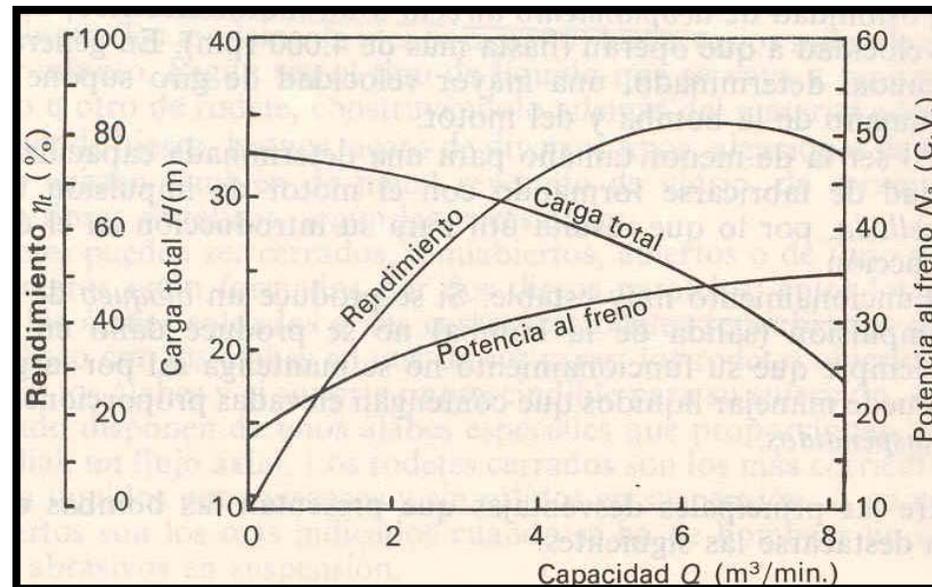
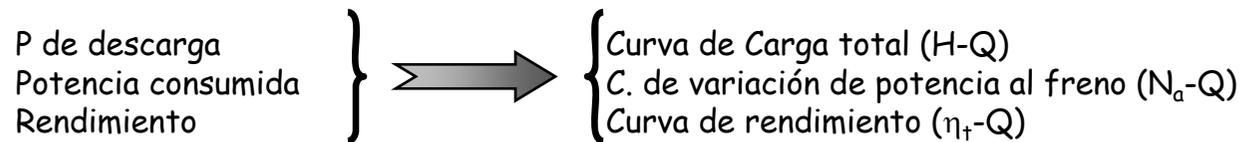
CNPA disponible debe ser superior a un cierto valor dependiente del equipo y del caudal que se vaya a impulsar \Rightarrow $CNPA_{REQUERIDA} \rightarrow$ suministrada por el fabricante de la bomba.



5. Bombas centrífugas

Bombas centrífugas: curvas características

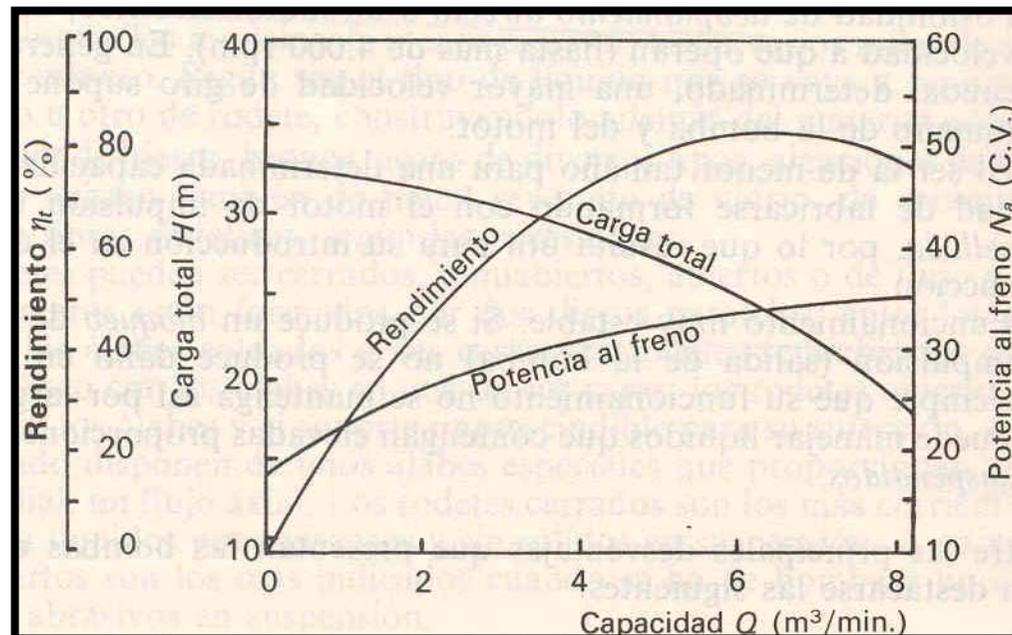
Es necesario conocer para cada Q:



5. Bombas centrífugas

Curva de carga total vs. Q (H-Q)

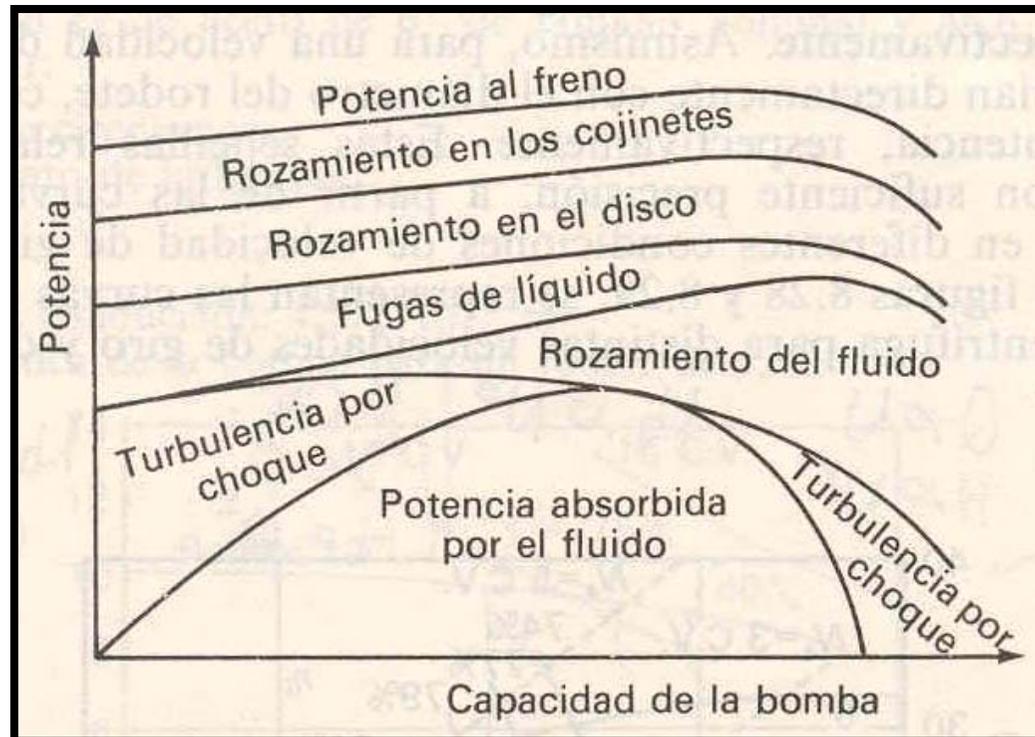
A \succ Q \Rightarrow \succ V del fluido en la bomba \Rightarrow menos tpo. sometido a la aceleración de la bomba \Rightarrow \langle Ec \Rightarrow \langle E de presión \Rightarrow \langle H



5. Bombas centrífugas

Curva de potencia al freno vs. Q (Na-Q)

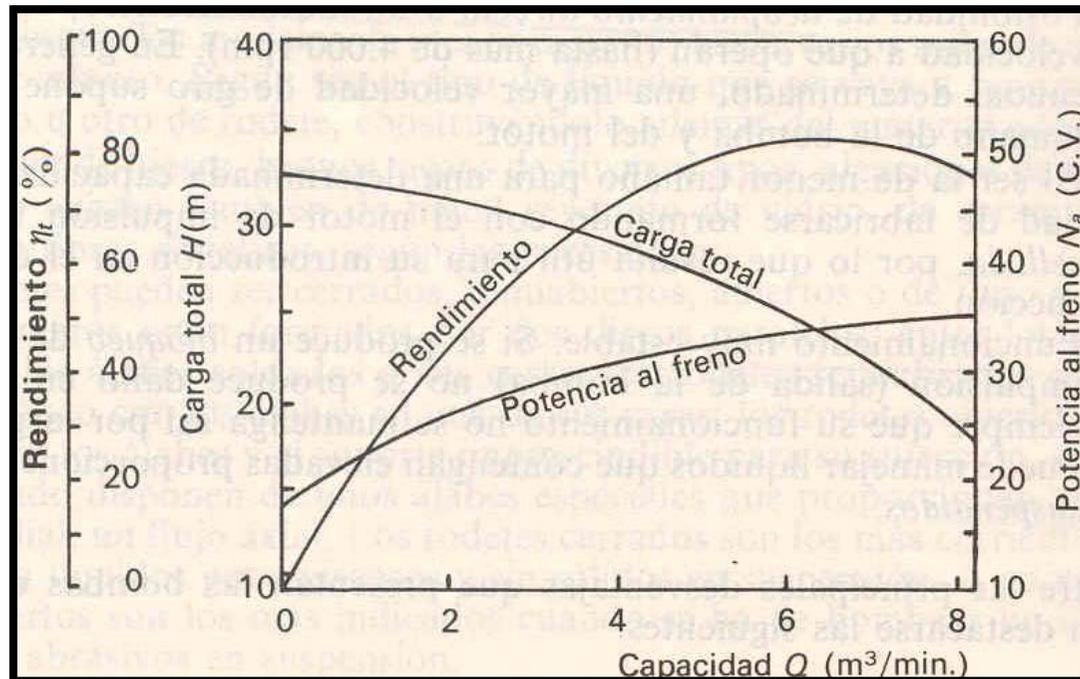
Al aumentar Q debe aumentar la potencia suministrada, Sin embargo la potencia recibida realmente por el fluido presenta un máximo.



5. Bombas centrífugas

Curva de rendimiento vs Q (η_t -Q)

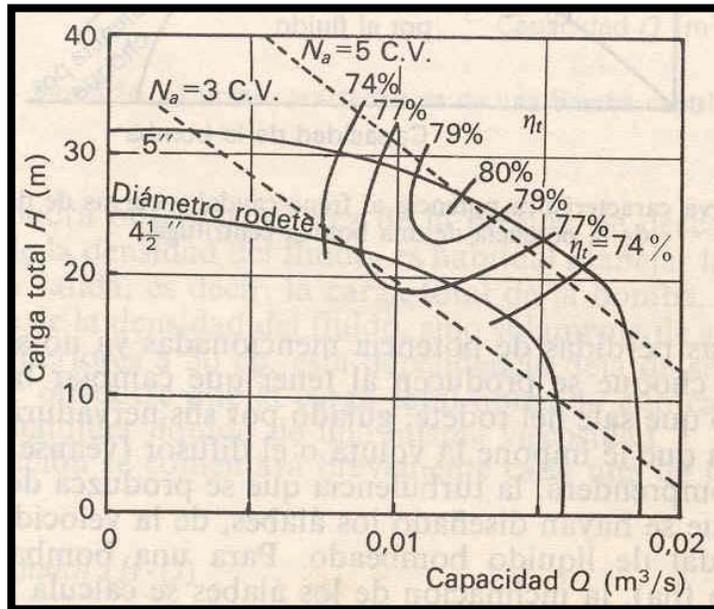
$$\text{Curva de rendimiento} = \frac{\text{Potencia comunicada al fluido}}{\text{Potencia suministrada}}$$



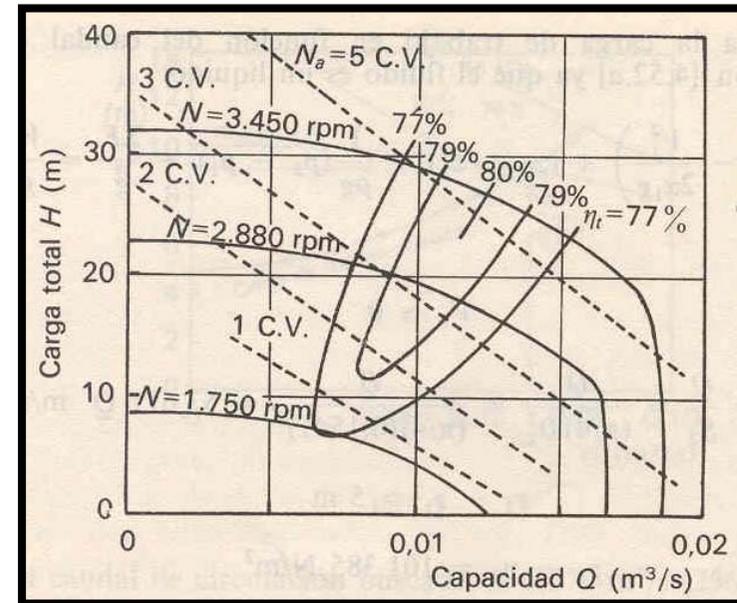
5. Bombas centrífugas

Otras curvas características

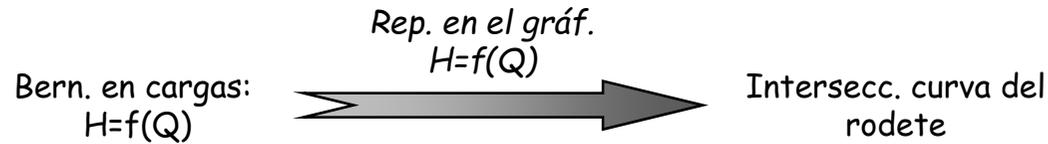
Variación de H , N_a , η_t y Q con el diámetro del rodete



Variación de H , N_a , η_t y Q con la velocidad de giro (rod. de 5")



CÁLCULO DEL CAUDAL ÓPTIMO (D rodete conocido):





5. Bombas centrífugas

Otras curvas características

